

OSZILLIERENDER SENKRECHTER VERDICHTUNGSSTOSS IN EINER EBENEN DÜSE

THESE No 985 (1991)

PRESENTEE AU DEPARTEMENT DE MECANIQUE

ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES TECHNIQUES

PAR

PETER OTT

Ingenieur für Luft- und Raumfahrttechnik Universität Stuttgart
de nationalité allemande

acceptée sur proposition du jury :

Prof. A. Bölcs, rapporteur
Prof. T.H. Fransson, corapporteur
Prof. I. Ryhming, corapporteur
Dr K. Vogeler, corapporteur

Lausanne, EPFL
1992

Vorwort

Diese Arbeit wurde im Rahmen meiner Tätigkeit am Laboratoire de Thermique Appliquée et de Turbomachines an der Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne durchgeführt. Mein Dank gehört daher seinem Leiter, Professor A. Bölcs.

Besonderer Dank gebührt meinen Freunden und Kollegen, ohne deren Hilfe und Anregungen diese Arbeit unvollständig geblieben wäre: Daniel Schläfli, François Jolles, Klaus Schulz und Pénélope Leyland. Eine besondere Hilfe bei dieser Arbeit erfuhr ich durch Professor T. Fransson, der mir durch seine Vorschläge und seine ständige Verfügbarkeit stets zur Seite stand.

Die Arbeiten im Labor wurden erst durch den unermüdlichen Einsatz der Mechaniker G. Rossini, J.P. Mottier und U. Polonghini ermöglicht, wofür ich ihnen herzlich danken möchte.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit den instationären Strömungseffekten infolge oszillierender senkrechter Verdichtungsstöße in Turbomaschinen. Den detaillierten Messungen gingen eingehende Messungen an einem Turbinengittermodell im Ringgitterkanal voraus. Dabei wurden die Phänomene festgestellt, die zum Schaufelflattern führen. In einer ebenen Düse wurde daraufhin das zu untersuchende Phänomen "oszillierender Stoß" isoliert und untersucht.

Die Ziele der Untersuchungen waren:

- Ausrüstung einer Düse mit einem geeigneten System zur Anregung periodischer Schwingungen eines Verdichtungsstoßes.
- Messung des Verhaltens des senkrechten Verdichtungsstoßes und der instationären Drücke für einen Frequenzbereich, wie er in Turbomaschinen auftritt (0 bis 200 Hz Erregungsfrequenz).
- Auskünfte über die Auswirkungen der Grenzschichteinflüsse auf die Antwort eines instationären Druckaufnehmers unter dem Einfluß eines oszillierenden Verdichtungsstoßes.
- Erstellung eines nichtlinearisierten instationären Rechenprogramms zur Berechnung von Strömungen in Düsen mit oszillierenden senkrechten Verdichtungsstößen. Dabei wird großes Gewicht auf eine scharfe Erfassung dieser Verdichtungsstöße gelegt.
- Einbau von Reibungsmodellen in das Rechenprogramm zur Abschätzung der Grenzschichteinflüsse auf das Verhalten des Stoßes und des instationären Druckverlaufs.

Bei den Messungen kamen unterschiedliche moderne Meßmethoden zum Einsatz: Die Bestimmung der instationären Stoßlage wurde sowohl mit dem Laser-2-Fokus-Verfahren als auch mittels einer Zeilenkamera vorgenommen. Der instationäre Druckverlauf wurde mit instationären Druckaufnehmern an mehreren Stellen an der Kanalseitenwand gemessen. In der Nähe des Stoßes wurde die Laserholographiemethode eingesetzt, um Informationen über die Zone der Interaktion zwischen Stoß und Grenzschicht zu erhalten.

Die entwickelte Rechenmethode basiert auf den Eulergleichungen in ihrer Erhaltungform. Bei reibungsbehafteten Rechnungen werden die Reibungsterme als Störglieder in die Gleichungen aufgenommen. Mit Hilfe der Flux-Vektor-Splitting-Methode werden die physikalischen Einflußgebiete korrekt berücksichtigt. Der Verdichtungsstoß wird daher sehr scharf erfaßt (innerhalb von nur zwei Rechenpunkten).

Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit sind:

- Die Grenzschicht über einem instationären Druckaufnehmer verhält sich im Hinblick auf die Phasenlage, nicht jedoch auf die Druckamplitude, quasi-stationär. Dies heißt, daß die Druckschwankungen und die Stoßbewegung in Phase sind. Die Druckamplitude hängt jedoch stark von der Frequenz und von der Dicke der Grenzschicht ab.
- Der Einflußbereich des Stoßes an der Wand ist als Folge der vorhandenen Grenzschicht vergrößert. Der Druckanstieg bzw. -abfall findet über einen größeren Bereich statt. Daher erfährt ein Druckaufnehmer bereits etwas von der Ankunft des Stoßes, bevor dieser die Position des Druckaufnehmers erreicht hat.
- Das entwickelte Rechenprogramm wurde stationär mit anderen zur Verfügung stehenden Rechenmethoden erfolgreich validiert.
- Die berechneten instationären Phänomene stimmen sehr gut mit den Meßergebnissen überein.
- Die Rechenmethode hat sich bewährt und kann weiter ausgebaut werden zur Berechnung der instationären Strömung in schwingenden Schaufelgittern.

Résumé

Le travail présenté ci-dessous traite des effets instationnaires de l'écoulement, dus à la présence de chocs droits oscillants, à travers des turbomachines. Des mesures systématiques dans un modèle de grille de turbine dans un canal annulaire ont précédé les mesures détaillées. Pendant ces essais les phénomènes provoquant le flottement induit par des oscillations des chocs ont été détectés. Le phénomène "choc en oscillation" a alors été isolé dans une tuyère bidimensionnelle, afin de permettre son étude.

Les recherches menées ont eu pour objectifs:

- Equiper une tuyère d'un système permettant l'excitation d'un choc à des fréquences données.
- Mesurer le comportement du choc droit et des pressions instationnaires pour une plage de fréquences réaliste pour les turbomachines (fréquences d'excitation entre 0 et 200 Hz).
- Etude de la réponse d'un capteur de pression instationnaire à l'influence de la couche limite en présence d'un choc droit oscillant.
- Développer un programme instationnaire non linéarisé pour le calcul d'écoulements dans des tuyères avec des chocs droits oscillants (la détection précise des chocs étant primordiale).
- Implémentation de modèles de viscosité dans le programme de calcul, afin d'estimer l'influence des couches limites sur le comportement du choc et des pressions instationnaires.

Pendant les essais, différentes méthodes de mesure ont été utilisées:

La position instantanée du choc a été déterminée avec la méthode Laser-2-focus, ainsi qu'avec une caméra linéaire. Les pressions instationnaires ont été mesurées par des prises de pressions instationnaires en plusieurs positions sur la paroi latérale du canal. Proche du choc, la méthode "laser-holographie" a été utilisée pour étudier la zone d'interaction entre le choc et la couche limite.

La méthode de calcul développée est basée sur les équations d'Euler dans leur forme conservative. Pour les calculs, les termes visqueux peuvent être introduits

dans les équations comme termes de diffusion. Les domaines d'influence physique sont correctement respectés par l'utilisation de la méthode "Flux-Vector-Splitting". Le choc est alors capté très précisément (en seulement deux points de maillage).

Les résultats les plus importants de ce travail sont:

- La couche limite située au-dessus d'un capteur de pression instationnaire se comporte de manière quasi stationnaire en ce qui concerne la phase, mais pas en ce qui concerne l'amplitude de pression. Ceci voulant dire que les variations de pression et le mouvement du choc sont en phase, l'amplitude de la pression dépendant fortement de la fréquence et de l'épaisseur de la couche limite.
- Le domaine d'influence du choc à la paroi croît par la présence de la couche limite; la variation de la pression s'effectue dans un domaine plus étendu. Pour cette raison, le capteur de pression détecte l'arrivée du choc avant que celui-ci n'ait atteint effectivement la position du capteur.
- Le programme de calcul développé a été comparé avec succès à d'autres méthodes de calcul pour des écoulements stationnaires.
- Les phénomènes instationnaires calculés correspondent bien aux résultats des mesures.
- La méthode de calcul a été confirmée et peut être développée pour le calcul de l'écoulement instationnaire dans des grilles d'aubes en vibration.

Abstract

This investigation centers on the effects of oscillating normal shocks in unsteady flow. Systematic measurements in a turbine model in an annular cascade preceded the detailed investigations. This setup was used to detect the phenomena which cause shock induced flutter. The phenomenon "oscillating shock" was then isolated and investigated in a 2-D nozzle.

The objectives of the investigation were the

- Installation of a system for the excitation of periodic oscillations of a normal shock in a nozzle.
- Measurement of the behaviour of the normal shock and the unsteady pressures in the frequency range existing in turbomachines (0 to 200 Hz excitation frequency).
- Investigation of the effects of the boundary layer on the response of an unsteady pressure transducer under the influence of an oscillating shock.
- Creation of a computation program for nonlinearized unsteady flows in nozzles containing an oscillating normal shock; emphasis is put on sharp shock capturing.
- Introduction of viscosity models in the computational program for estimating the influence of the boundary layer on the behaviour of the shock and the unsteady pressures.

For the measurement, different current methods were used. The determination of the unsteady shock position was made by both a laser-2-focus-velocimeter and a line scan camera. The unsteady pressures were measured with unsteady pressure transducers at several positions in the side wall of the nozzle. Close to the shock, laser holography was used to obtain information about the zone of interaction between the shock and the boundary layer.

The computation method developed is based on the Euler equations in conservative form. For viscous computations, the viscosity terms are included as perturbing terms inside the system of equations. With the aid of the flux-vector-splitting-method, the domains of physical influence are correctly taken into account. Thus,

the shock is sharply captured (within only two mesh points).

The main results of this work are

- The boundary layer over an unsteady pressure transducer has a quasi-steady behaviour with respect to the phase lag, but not with respect to the pressure amplitude. This means that the pressure fluctuations are in phase with the shock movement. The pressure amplitude depends on the frequency and on the boundary layer thickness.
- The wall region influenced by the shock is increased due to the boundary layer. The pressure increase or decrease takes place in a larger region on the wall. Thus, the pressure transducer sees the arriving shock before it has actually reached the position of the pressure transducer.
- The computational program developed was successfully validated with other available computational methods for steady state flows.
- The computed unsteady phenomena match well the results of the measurements.
- The computational method is tested and can now be upgraded for the computation of unsteady flows through oscillating cascades.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Problemstellung	5
2.1 Generell	5
2.2 Isoliertes Phänomen	5
2.3 Messungen im Ringgitterprüfstand	7
2.3.1 Ringgitterprüfstand RGP-400	8
2.3.2 Gittermodell	10
2.3.3 Stationäre Messungen	13
2.3.4 Instationäre Messungen	14
3. Zielsetzung	21
4. Versuchseinrichtungen	23
4.1 Luftversorgung	23
4.2 Lavaldüse LAVAL II	23
4.2.1 Versuchsobjekt	26
4.3 Stationäre Strömungsmessung	28
4.3.1 Statische Druckmessung	28
4.3.2 Laser 2 Fokus - Messungen	29
4.4 Instationäre Druckmessung	31
4.5 Sichtbarmachung der Strömung	32
4.5.1 Schlierenmethode	32
4.5.2 Holographische Interferometrie	33
4.6 Instationäre Bestimmung der Stoßlage	36
4.6.1 Zeilenkamera	36
4.6.2 Instationäre Laser-2-Fokus - Messungen	43
4.7 Anwendung der Meßmethoden	44

5.	Ergebnisse der Messungen	47
5.1	Stationäre Messungen	47
5.2	Instationäre Messungen	59
6.	Numerisches Rechenmodell	79
6.1	Reibungsfreies Rechenmodell	80
6.1.1	Rechengitter	80
6.1.2	Grundgleichungen	82
6.1.3	Flux Vektor Splitting Methoden	84
6.1.4	Randbedingungen an den Düsenwänden	85
6.1.5	Randbedingungen am Eintritt und am Austritt	86
6.1.6	Randbedingungen am Austritt	89
6.2	Reibungsbehaftetes Rechenmodell	90
6.2.2	Full-Navier-Stokes	91
6.2.2	Thin-Layer-Navier-Stokes	97
6.2.3	Turbulenzmodell nach Baldwin, Lomax	98
6.2.4	Randbedingungen für reibungsbehaftete Strömungen	98
6.3	Differenzenverfahren	101
6.3.1	Räumliche Ableitungen	101
6.3.2	Zeitliche Integration	105
7.	Rechnungen	109
7.1	Stationäre reibungsfreie Rechnungen	110
7.2	Instationäre reibungsfreie Rechnungen	114
7.3	Stationäre reibungsbehaftete Rechnungen	125
7.4	Instationäre reibungsbehaftete Rechnungen	138
8.	Vergleich zwischen Messung und Rechnung	141
8.1	Stationäre Strömung	141
8.2	Instationäre Strömung	147
9.	Vergleich mit anderen Rechenmethoden	153
10.	Schlußfolgerungen und Zusammenfassung	161
11.	Vorschläge für weiteres Vorgehen	163

Anhänge

- A1 Definition des Flatterns
- A2 Geometrische Transformationen
- A3 Flux Vektor Splitting nach Steger-Warming
- A4 Flux Vektor Splitting nach van Leer
- A5 Lebenslauf

Symbolliste

A	Querschnittsfläche	* , [m ²]
a	Schallgeschwindigkeit	*
c	Sehnenlänge	[m]
c_f	Oberflächenspannung (skin friction): $c_f = \frac{\mu}{\frac{1}{2} \rho u_{ext}^2} \frac{u}{n} \Big _{y=0}$	*
\tilde{c}_f	instationärer Kraftkoeffizient: $\tilde{c}_f = \sum_i \tilde{c}_{p_i} \cdot (x/c)_i$	[-]
c_p	spezifische Wärme bei konstantem Druck	[J/(kgK)]
\tilde{c}_p	instationärer Druckkoeffizient: $\tilde{c}_p = \frac{1}{h} \frac{\tilde{p}}{(p_{c1} - p_1)}$	[-]
c_u	Strömungsgeschwindigkeit im Absolutsystem	[m/s]
D	Jakobideterminante	[-]
e	Sondenabstand	[m]
e_c	Totalenergie pro Masseneinheit: $e_c = \frac{p}{(\rho - 1)} + \frac{q^2}{2}$	*
e_x	Einheitsvektor in x-Richtung	[-]
e_y	Einheitsvektor in y-Richtung	[-]
f	Frequenz	[Hz]
F	Flux-Vektor in x-Richtung	*
F^+	Flux-Vektor in positiver x-Richtung	*
F^-	Flux-Vektor in negativer x-Richtung	*
f_n	Element n des Flux-Vektors in x-Richtung	*
FV	Flux-Vektor mit Viskositätstermen in x-Richtung	*
G	Flux-Vektor in y-Richtung	*
G^+	Flux-Vektor in positiver y-Richtung	*
G^-	Flux-Vektor in negativer y-Richtung	*
g_n	Element n des Flux-Vektors in y-Richtung	*
GV	Flux-Vektor mit Viskositätstermen in y-Richtung	*
h	Schwingungsamplitude	[m]

h	Enthalpie	*
h_c	Totalenthalpie	*
i	Knotenpunktnummer im Rechnernetz in -Richtung	[-]
j	Knotenpunktnummer im Rechnernetz in -Richtung	[-]
k	Nummer des aktuellen Zeitschrittes	[-]
k	reduzierte Frequenz: $k = \frac{f \cdot c}{q_{\text{outlet}}}$	[-]
$M = \frac{q}{a}$	Machzahl	[-]
p	Druck (stationärer Anteil)	*, [mbar]
\tilde{p}	Druck (instationärer Anteil)	*, [mbar]
p_c	Totaldruck	*, [mbar]
Pr	Prandtl-Zahl	[-]
q	Geschwindigkeitsvektor (enthält u und v)	[-]
q	Strömungsgeschwindigkeit: $q = \sqrt{u^2 + v^2}$	*
R	Gaskonstante für Luft	[m ² /(s ² K)]
r	Radius	[m]
r	Recoveryfaktor	[-]
R^-	linkslaufende Riemann-Invariante (Richtung neg. x laufend)	*
R^+	rechtslaufende Riemann-Invariante (Richtung pos. x laufend)	*
Re	Reynoldszahl $Re = \frac{l \cdot q}{\mu}$	[-]
s	Entropie	*
Sd	Stromdichtezahl	[-]
t	Teilung	[m]
t	Zeit	*
T	Transformationsmatrix	[-]
T	Temperatur	*
u	Geschwindigkeit in x -Richtung	*
v	Geschwindigkeit in y -Richtung	*
W	Vektor mit Strömungsvariablen	*
w_u	Strömungsgeschwindigkeit im Relativsystem	[m/s]
x	Koordinate	*
y	Koordinate	*

	Strömungswinkel	[°]
	Staffelungswinkel	[°]
	Grenzschichtdicke	[mm]
*	Grenzschichtverdrängungsdicke	[mm]
	Schwingungsrichtung	[°]
	Koordinate im Rechnetz	[-]
	Isentropenexponent	[-]
	Wärmeleitfähigkeit	[W/(mK)]
μ	dynamische Zähigkeit	[kg/(ms)]
μ'	zweiter Viskositätskoeffizient	[kg/(ms)]
	Koordinate im Rechnetz	[-]
	aerodynamischer Dämpfungsparameter: $= -\text{Im}(\tilde{c}_f)$	[-]
	Dichte	*
	Phasendifferenz zwischen zwei benachbarten Schaufeln	[°]
	Teilungsverhältnis: $= t/c$	[-]
	Zeitschritt	[-]
=	Spannungstensor	[-]
f	Phasenwinkel (zw. Schaufelkraft und Schaufelbewegung)	[°]
	Flux Limiter	[-]
	Kreisfrequenz: $= 2 \pi f$	[rad/s]
	Nabla-Operator: $(\dots) = \frac{(\dots)}{x} e_x + \frac{(\dots)}{y} e_y$	[-]

Indizes

ext	außerhalb der Grenzschicht
inlet	Eintrittsgröße
outlet	Austrittsgröße
ref	Referenzgröße
t	zeitliche Ableitung
tot	Totalzustand
T	turbulenter Anteil
x	Ableitung in x-Richtung
y	Ableitung in y-Richtung

Ableitung in -Richtung

Ableitung in -Richtung

Exponenten

	Matrix in -Richtung
-1	transponierte Matrix in -Richtung
	Matrix in -Richtung
-1	transponierte Matrix in -Richtung
'	kennzeichnet Wert in , - Rechenebene
+	in positiver Richtung
-	in negativer Richtung

* Dimensionslose Größen mit den Referenzgrößen:

p_{ref}	$q_{\text{ref}} = \sqrt{RT_{\text{ref}}}$
$x_{\text{ref}} = y_{\text{ref}}$	$t_{\text{ref}} = \frac{x_{\text{ref}}}{q_{\text{ref}}}$
T_{ref}	$e_{\text{ref}} = h_{\text{ref}} = q_{\text{ref}}^2$
$\text{ref} = \frac{p_{\text{ref}}}{RT_{\text{ref}}}$	

1. Einleitung

Thermische Maschinen werden zur Umwandlung thermischer Energie in elektrische oder mechanische Energie benutzt. Aus wirtschaftlichen und ökologischen Gründen besteht das Bestreben, immer kleinere, leichtere und doch leistungsfähigere Turbomaschinen einzusetzen. In solchen Maschinen wird mehr Energie in weniger Turbinenstufen erzeugt.

Bei Flugzeugtriebwerken kann das dazu führen, daß die erforderliche Leistung von weniger Triebwerken erzeugt werden kann. Die Einsparung eines Triebwerkes zahlt sich nicht nur bei der Anschaffung eines Flugzeuges aus, sondern auch im Betrieb: Im Flugzeug muß zum Transport der Triebwerke weniger Kraftstoff mitgeführt werden, da das Gewicht der Triebwerke reduziert ist, bei einem erhöhten Wirkungsgrad verbrauchen die Triebwerke weniger Treibstoff. Dadurch kann die Reichweite erhöht werden.

Die Leistungskonzentration hat also direkte finanzielle und ökologische Auswirkungen.

Infolge dieser zunehmenden Leistungskonzentration werden in der letzten Stufe von Dampf- und Gasturbinen und in den vorderen Verdichterstufen transsonische Strömungsverhältnisse erreicht. Die bei solchen Strömungen auftretenden Verdichtungsstöße haben ein Ansteigen der Verluste zur Folge, können aber auch die Stabilität der Strömung in der Beschaukelung beeinträchtigen:

- Durch Strömungsablösung infolge Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkung
- Durch die zeitliche Fluktuation der Lage der Verdichtungsstöße am Profil. Die Ursachen für diese Fluktuationen können z. B. Turbulenzen in der Strömung sein, oder auch die Nachlaufdüse hinter einem Stator oder Rotor.

In den ersten Maschinen mit transsonischen Verdichter- oder Turbinenstufen wurden die Schaufeln durch mechanische Systeme (z. B. Bindedrähte oder Distanznasen) an einer Schwingung gegenüber den Nachbarschaufeln gehindert. Diese Maßnahmen verursachen jedoch zusätzliche Verluste. Das zusätzliche Gewicht an den Schaufelenden erhöht die mechanische Beanspruchung der ohnehin stark beanspruchten Schaufeln beträchtlich. Es wird daher versucht, Maschinen mit freistehenden Schaufeln zu bauen.

Bei verschiedenen Herstellern von Turbomaschinen aufgetretene Schaufelbrüche machten eine grundlegende Untersuchung des Phänomens der selbsterregten Schaufelschwingungen (Fluttern) bei transsonischen und supersonischen Abströmbedingungen erforderlich.

In Anhang A1 wird eine Einführung in die verschiedenen Flutterarten gegeben. In dieser Arbeit wird nur die Flutterart "Stoßfluttern" behandelt. Sie tritt im transsonischen Geschwindigkeitsbereich auf und wird durch die Instabilität der Verdichtungsstöße verursacht.

Bild 1.1 zeigt ein typisches Stoßsystem für ein transsonisches Turbinenlaufrad. An der Schaufelspitze besteht Überschallgeschwindigkeit am Austritt. Dabei entstehen in der Strömung an der Schaufelhinterkante Stoßwellen. Eine von ihnen läuft aus dem Gitter heraus, die andere trifft auf die Nachbarschaufel und wird an ihr reflektiert. Je näher man der Nabe kommt, umso kleiner wird die Abströmgeschwindigkeit. Ab einer bestimmten Stelle liegt eine Unterschallabströmung vor, wobei auf der Schaufel noch lokale Überschallgebiete auftreten können, die mit einem senkrechten Stoß abgeschlossen werden.

Das Stoßsystem hängt in radialer Richtung zusammen. Die Instabilität der Stöße in einem radialen Schaufelschnitt wirkt sich daher auch auf die benachbarten Schaufelschnitte aus. So kann es durchaus sein, daß die Anregung eines senkrechten Stoßes auf halber Höhe auf einer Schaufel das gesamte Stoßsystem bis zur Schaufelspitze destabilisieren kann.

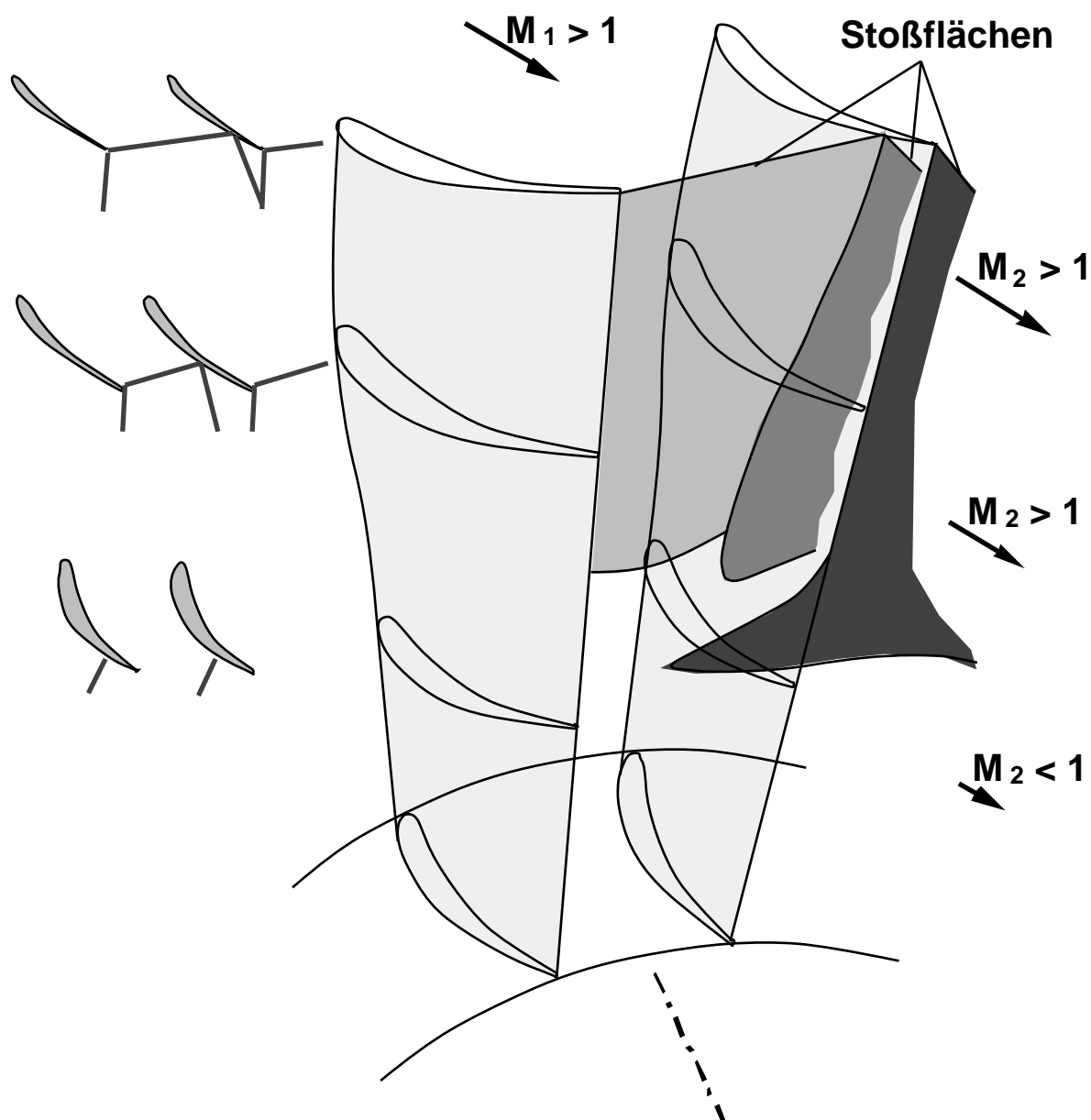


Bild 1.1: Schematischer Verlauf der Stoßflächen in einem transsonischen Turbinenlaufrad [nach Böls und Suter, 1986]

Ein schiefer Verdichtungsstoß entsteht durch eine Ablenkung an einer festen Wand. Er ist relativ stabil, da er sich an dieser festen Wand abstützen kann. Ein senkrechter Stoß dagegen wird nur durch den herrschenden Gegendruck erzeugt und in seiner Lage bestimmt. Er steht ohne "Stütze" auf der Wand. Eigentlich steht er auf der Grenzschicht an dieser Wand, die eine nachgiebige Oberfläche darstellt, und deren Geometrie auch durch den Drucksprung über den Stoß beeinflusst ist. Seine Lage wird also sehr stark durch Druckschwankungen stromab oder durch Instabilitäten in der Grenzschicht beeinflusst. Stöße, die auf eine dicke Grenzschicht

oder auf eine Ablösezone auftreten, sind besonders instabil.

Versuche, die unter diesem Blickwinkel an einem Turbinengitter im Ringgitterkanal des LTT (Laboratoire de thermique appliquée et de turbomachines) durchgeführt wurden, zeigten, daß im Bereich der schallnahen Abströmung der senkrechte Verdichtungsstoß auf der Saugseite des Profils in der Richtung der Schaufelsehne eine stark fluktuierende Bewegung von bis zu 6% der Sehnenlänge der Schaufel durchführt. Dabei verändert sich die aerodynamische Schaufelkraft, was bei bestimmten Strömungsverhältnissen zur Anregung von Flatterschwingungen führen kann. Diese Beobachtungen decken sich mit Feststellungen anderer Forscher (z.B. Kobayashi [1988]).

Es ist inzwischen möglich, reines Unterschallflattern mit instationären Computermode-llen ziemlich zuverlässig vorauszusagen, wie ein internationaler Workshop gezeigt hat, in dessen Rahmen Messungen und Rechnungen unterschiedlicher Forschungslabors an definierten Standardfällen miteinander verglichen wurden [Bölcs und Fransson, 1986]. Im transsonischen Bereich, sowie beim Auftreten großer Viskositätseinflüsse sind die Ergebnisse dieser Programme nicht sehr zuverlässig. Insbesondere die richtige Erfassung der Verdichtungsstöße bereitet Probleme. Meßergebnisse zeigen jedoch, daß die Lage und die Bewegung dieser Verdichtungsstöße ausschlaggebend für das instationäre Verhalten einer Schaufel sein kann.

Es gibt bei den einzelnen Herstellern empirische Auslegungsmodelle, die bei der Konstruktion der Maschinen verwendet werden. Auf längere Sicht muß es jedoch möglich werden, auch im transsonischen Bereich korrekte Vorhersagen des aerodynamischen Verhaltens auch bei instationären Phänomenen zu machen.

In mehreren in sich abgeschlossenen Etappen wird ein Computerprogramm erstellt, das in seiner Endausbaustufe in der Lage sein soll, die oben beschriebenen Phänomene in schwingenden Turbinengittern vorherbestimmen zu können. Eine der ersten Etappen ist eine Version des Programmes, das schwingende senkrechte Verdichtungsstöße in einer zweidimensionalen Düse mit fluktuierendem Austrittsdruck erfassen kann.

In einer Lavaldüse des Labors wurden Untersuchungen der stationären und instationären Strömung durchgeführt. Diese Untersuchungen dienen folgenden Zielen:

- Die Überprüfung des Rechenprogramms durch Vergleich der Frequenzen, Amplituden und von Mittelwerten von gerechneten und gemessenen Stößen.
- Eine Analyse des Einflusses von Grenzschichten auf das instationäre Verhalten von senkrechten Verdichtungsstößen.

2. Problemstellung

2.1 Generell

Es kommt immer wieder vor, daß der Verdichter- oder Turbinenteil in Gas- oder Dampfturbinen in bestimmten Betriebspunkten aerodynamisch instabil wird. Diese Instabilität wirkt sich so aus, daß die Schaufeln durch Störungen zu Schwingungen angeregt werden. Wenn die mechanische Dämpfung nicht ausreicht, diese Schwingungen zu absorbieren, kann es bei Resonanz oder Selbsterregung zu Schwingungen kommen, die bis zum Bruch der Schaufeln führen können.

Im Ringgitterprüfstand des LTT wurden mehrere Gitter auf aeroelastische Instabilitäten Insbesondere im schallnahen Bereich untersucht. In diesem Bereich werden instabile senkrechte Verdichtungsstöße als Erregermechanismus angenommen [Bölcs et al, 1987, 1988b]. Diese Art der aeroelastischen Instabilitäten wird Stoßflattern genannt.

Für manche Gitter wurde festgestellt, daß bei Auftreten eines senkrechten Verdichtungsstoßes eine Phasenverschiebung zwischen dem Druckverlauf an der Schaufeloberfläche und der Schaufelschwingung auftritt, die zu einer starken Anregung der Schaufel zu Schwingungen führt [Bölcs et al, 1989]. Bei der Auswertung dieser Messungen wurden einige fundamentale Fragen in Bezug auf die Auswirkungen der vorhandenen Grenzschicht zusammen mit dem beweglichen Stoß auf die gemessenen Werte aufgeworfen, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht und beantwortet werden sollen. In Kapitel 2.3 wird der dabei verwendete Prüfstand vorgestellt, sowie einige repräsentative Ergebnisse.

Die Strömung in diesen Gittern ist allerdings zu komplex, und die Zugänglichkeit für detaillierte Messungen aufgrund der geringen Größe zu schwierig, um die mit dem schwingenden Stoß verbundenen Phänomene mit genügender Genauigkeit direkt im schwingenden Gitter zu messen.

2.2 Isoliertes Phänomen

Aufgrund dieser Ergebnisse und Beobachtungen wurde beschlossen, dieses Phänomen der oszillierenden senkrechten Verdichtungsstöße isoliert zu betrachten. In einer zweidimensionalen Strömung werden grundlegende Untersuchungen sowohl numerisch als auch experimentell an einem sich periodisch bewegenden senkrechten Verdichtungsstoß durchgeführt.

In einer ebenen Düse wird eine Strömung mit einem senkrechten Stoß erzeugt. Dieser Stoß wird dann durch einen periodisch fluktuierenden Austrittsdruck in harmonische Schwingungen versetzt. Der zeitliche Druckverlauf an der Seitenwand des Kanals wird gemessen und mit der Stoßbewegung korreliert.

Dieses instationäre Phänomen wird auch numerisch simuliert. Zu diesem Zweck wird in bestehendes instationäres zweidimensionales reibungsfreies Rechenprogramm zur Berechnung der transsonischen Strömung in Düsen [Bölcs et al, 1988a] weiterentwickelt. Die Ergebnisse werden mit den in der Düse gemessenen Daten verglichen.

Nach erfolgreicher Validierung des Programmes soll die Methode zur Berechnung der instationären Strömung von schwingenden Schaufelgittern eingesetzt werden.

Da anzunehmen ist, daß die Grenzschicht den Informationsaustausch zwischen der Strömung stromab und dem Verdichtungsstoß beeinflusst, werden in das Rechenprogramm einfache Reibungsmodelle eingebaut. Dabei soll untersucht werden, ob und wie Reibungseinflüsse die Ergebnisse verändern. Es soll eine Erklärung für Abweichungen zwischen den rechnerischen und den experimentellen Ergebnissen gefunden werden.

Mehrere Forschergruppen haben sich bereits mit den hier betrachteten Phänomenen beschäftigt:

Experimentelle Untersuchungen:

- Sajben et al [1978, 1982] und Chen et al [1978] untersuchte selbstangeregte Stoßschwingungen in Diffusoren. Die dabei festgestellten selbstangeregten Stoßschwingungen traten mit Frequenzen zwischen 70 und 160 Hz auf [Sajben et al, 1978].

Zu einem späteren Zeitpunkt wurden auch fremderregte Stoßschwingungen untersucht, bei denen Erregungsfrequenzen von bis zu 340 Hz eingesetzt wurden. Dabei wurde festgestellt, daß sich die Druckstörung beinahe wie eine eindimensio-

nale akustische Welle fortpflanzt [Sajben et al, 1982].

- Edwards und Squire [1987a, 1987b] beschäftigten sich mit instationären Stoß-Grenzschicht-Wechselwirkungen. Die Versuche fanden in einer Düse mit fremdangeregter Stoßschwingung statt. Stoßfrequenzen bis zu 160 Hz wurden erreicht.

Auf numerischem Gebiet wurden zahlreiche Arbeiten unternommen. Zunächst wurde versucht, stationäre Strömungsfelder zu berechnen. Dabei kamen unterschiedliche Verfahren zum Einsatz: Finite Differenzen, Finite Volumen, Charakteristikenverfahren im Überschall.

Später wurden auch Programme erstellt, die instationäre Strömungen (z.B. in schwingenden Schaufelgittern) berechnen sollten. Dabei wurden zunächst Vereinfachungen durch Linearisierung der Probleme vorgenommen (Theorie der kleinen Störungen), z.B. [Verdon and Usab, 1985; Newton and Whitehead, 1985]. Die Übereinstimmung mit Messungen im Unterschall ist dabei recht gut.

Im Trans- und Überschallbereich dagegen treten größere Unterschiede zwischen Messungen und Rechnungen mit diesen Methoden auf. Insbesondere bei auftretenden Verdichtungsstößen wurde festgestellt, daß diese nur sehr verschwommen erfaßt werden. Aus diesem Grund sind die berechneten instationären Effekte in diesem Bereich ebenfalls nur ungenügend genau. Auch sind die Bewegungen von senkrechten Verdichtungsstößen und die damit verbundenen Druckschwankungen an der Profiloberfläche in einer Größenordnung, bei der nicht mehr von 'kleinen Störungen' die Rede sein kann.

Daher werden im Moment zunehmend Methoden aufgestellt, die in der Lage sind, instationäre Phänomene mit nichtlinearisierten Störungen zu berechnen. Dabei werden entweder wie im vorliegenden Fall die Eulergleichungen gelöst, oder aber die Navier-Stokes-Gleichungen wie z.B. bei Sidén [1989].

2.3 Messungen im Ringgitterprüfstand

Die in dieser Arbeit behandelten Fragen basieren auf Beobachtungen und Meßergebnissen in einem Turbinengitter im Ringgitterprüfstand. Daher wird dieser Prüfstand hier vorgestellt. Anschließend werden einige Meßergebnisse gezeigt, die die aufgetretenen Fragen belegen.

2.3.1 Ringgitterprüfstand RGP-400

Die Gitterversuche wurden am Ringgitterprüfstand RGP-400 [Bölcs, 1983] des LTT an der EPF-Lausanne durchgeführt (Bilder 2.1 und 2.2). Dieser Prüfstand erlaubt die Erzeugung rotationssymmetrischer Strömungen beliebiger Art innerhalb der Betriebsgrenzen. Es lassen sich Machzahlen vor dem Gitter bis $M_1 = 1.5$ und Anströmwinkel α_1 zwischen ca. 0° und ca. 70° einstellen.

Die Periodizität im Ringgitter wird automatisch erreicht. Die besondere Konstruktionsweise dieses Kanals sorgt für eine störungsfreie Zuströmung zum Versuchsgitter [Bölcs, 1983].

Entsprechend der Rotation der Strömung treten Druckgradienten in radialer Richtung auf. Der statische Druck an der Kanalaußenwand ist ohne weitere Beeinflussung höher als an der Kanalinnenwand. Durch geeignete Mischung der beiden getrennt regelbaren Zuströme kann ein vorbestimmtes Geschwindigkeitsprofil für die Anströmung des Testgitters eingestellt werden.

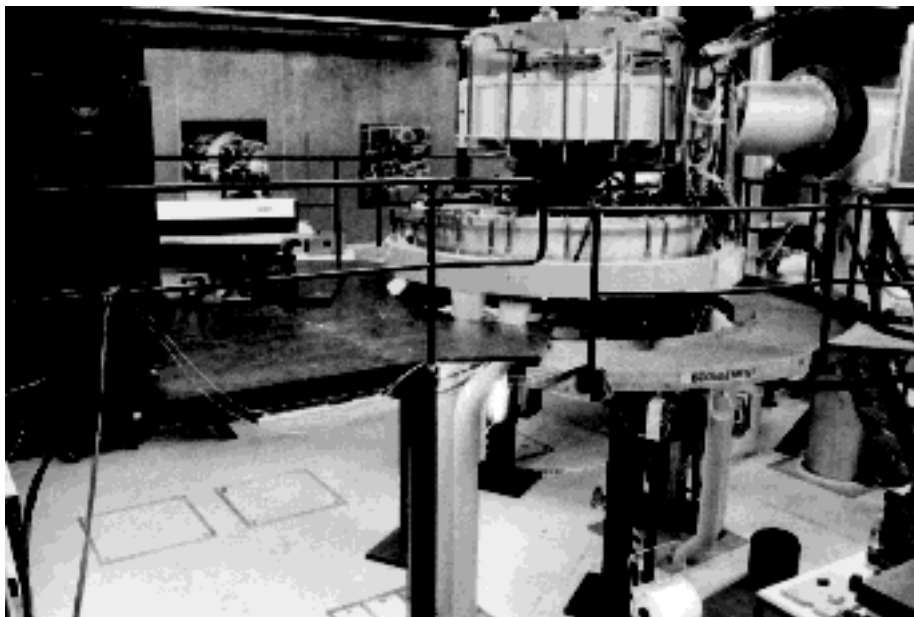


Bild 2.1: Photo des Ringgitterprüfstands RGP - 400 mit optischem Tisch und Holographielaser

Die Tatsache, daß die Relativströmung an den Schaufeln bei stehendem Modell erzeugt wird, vereinfacht beträchtlich die Bestimmung der Strömungsgrößen.

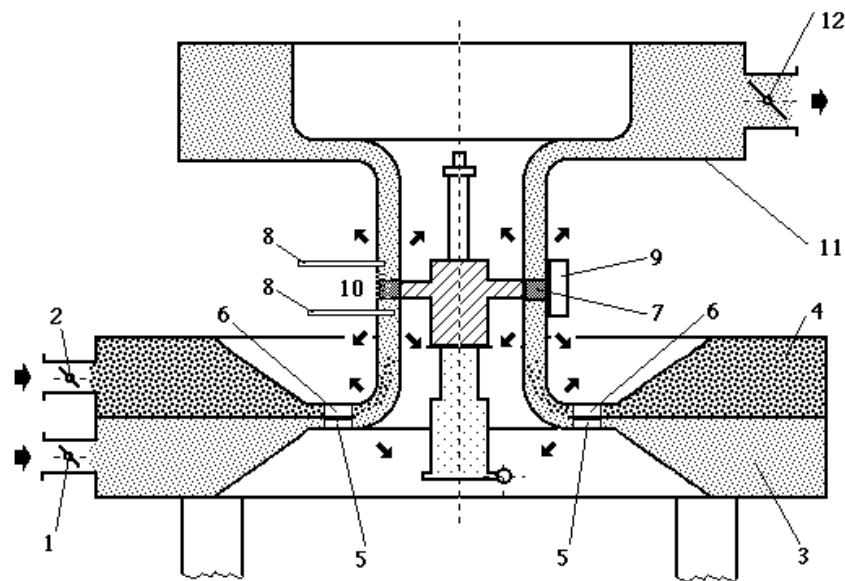
Folgende Strömungsparameter werden durch Fernbedienung eingestellt:

- Totaldruck und Totaldruckgradient am Eintritt der Meßstrecke
- Drall und radialer Drallgradient in der Meßstrecke

- Gegendruck am Austritt

Dies wird erreicht durch die Verstellung von (Bild 2.2)

- 2 Drosselklappen am Eintritt (Totaldruckprofil) ("1", "2")
- 1 Drosselklappe am Austritt (Gegendruck) ("12")
- 2 Vorleiträder (Drall, Drallgradient) ("5", "6")
- 6 Absaugventile für die Wandgrenzschichtabsaugung vor und hinter der Meßstrecke an der Kanalinnen- und Außenwand (Einfluß auf Drallgradient und Totaldruckgradient) ("→")



- | | |
|---|--|
| 1,2 Eintrittsventile | 9 Zylinderoptik für Strömungssichtbarmachung |
| 3,4 innere und äußere Beruhigungskammer | 10 statische Wanddruckmeßbohrungen |
| 5,6 innere und äußere Leiträder | 11 Austrittskammer |
| 7 Versuchsgitter | 12 Austrittsventil |
| 8 aerodynamische Strömungssonden
vor und hinter dem Gitter | → Grenzschichtabsaugung |

Bild 2.2: Schema des Ringgitterprüfstandes

Für die Strömungsmessungen gibt es eine Anzahl Wanddruckmeßbohrungen sowie verschiedene Sondenträger für Sondenmessungen in der Strömung. Der Prüfstand ist weiterhin mit einer Schlierenoptik zur Sichtbarmachung des Strömungsfeldes ausgestattet.

Eine eingehende Beschreibung des Prüfstandes befindet sich in Bölcs [1983].

2.3.2 Gittermodell

Es stehen mehrere Schaufelgitter zur Verfügung, deren aerodynamische Eigenschaften im Ringgitterprüfstand gemessen wurden.

Die Modelle bestehen aus 20 elastisch aufgehängten zylindrischen Schaufeln mit einer Schaufelhöhe von 40 mm. Sie sind an einem Feder-Masse-System befestigt, durch das die Schwingungsrichtung und die Eigenfrequenz der Originalschaufel, die dem Modell zugrunde liegt, simuliert wird (siehe Bilder 2.3, 2.4).

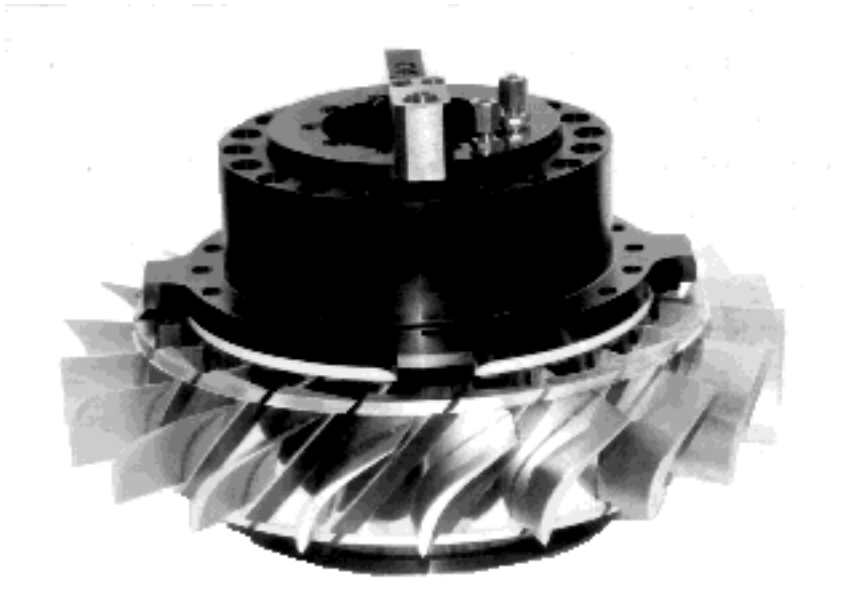


Bild 2.3: Photo des Ringgittermodells TCT-III

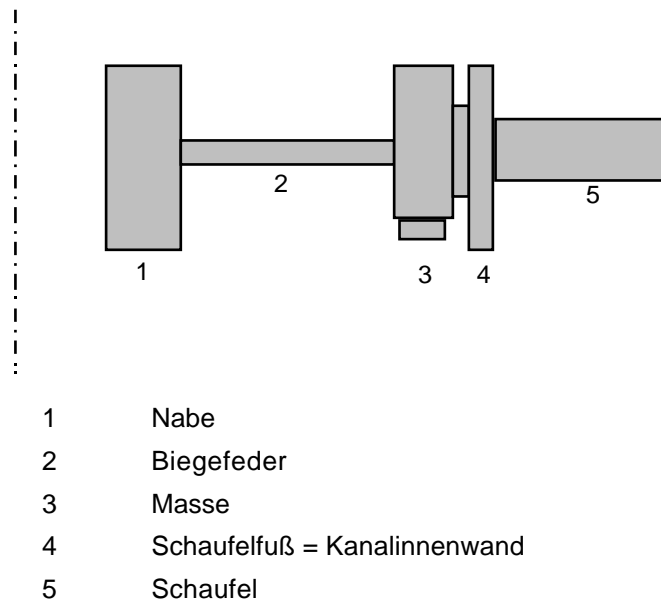


Bild 2.4: Schema des Feder-Masse-Schaufel-Systems

Die Schwingung wird durch induktive Distanzaufnehmer gemessen. Durch elektrische Erregermagnete, die von einem Kontrollsystem gesteuert werden, können alle Schaufeln in eine definierte Schwingung versetzt werden. Dabei werden die Amplitude jeder Schaufel und der Phasenwinkel zwischen benachbarten Schaufeln überwacht und geregelt (siehe Bild 2.5).

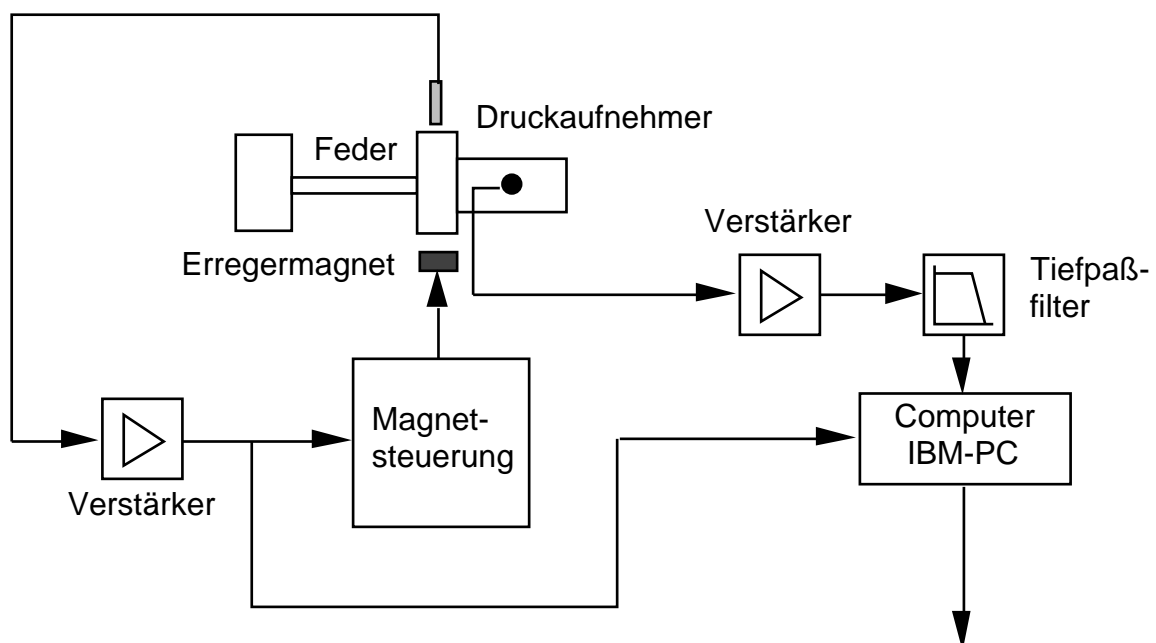


Bild 2.5: Schema der elektromagnetischen Regelkette

2.3.3 Stationäre Messungen

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur einige wenige Ergebnisse aus dem Ringgitterprüfstand aufgeführt. Sie dienen dazu, das Problem zu erklären und die gewählten Vereinfachungen in der 2D-Düse zu begründen.

Ausführliche Arbeiten über Messungen im Ringgitterprüfstand sind unter anderen [Schläfli, 1989] und [Bölcs et al, 1988b].

Der ausgewählte Versuch wurde bei annähernd Nennbetriebsbedingungen durchgeführt. Nachfolgend sind die Strömungsbedingungen dieses Versuches notiert:

Versuch 654 am Turbinengitter TCT III:

Anströmung:

Strömungswinkel	$\alpha_1 = 15.3^\circ$
Machzahl	$M_1 = 0.33$ -
Totaldruck	$p_{\text{tot } 1} = 1565 \text{ mbar}$
statischer Druck	$p_1 = 1450 \text{ mbar}$

Abströmung:

Strömungswinkel	$\alpha_2 = -66.4^\circ$
Machzahl	$M_2 = 0.98$ -
Totaldruck	$p_{\text{tot } 2} = 1546 \text{ mbar}$
statischer Druck	$p_2 = 839 \text{ mbar}$

stationäre Daten:

Erregungsfrequenz der Schaufeln	$f = 210.0 \text{ Hz}$
reduzierte Frequenz	$k = 0.1558 \text{ Hz}$

Nachfolgend ist der Geschwindigkeitsverlauf an der Profiloberfläche für den besprochenen Versuch dargestellt (Bild 2.7). Bild 2.8 zeigt eine schematische Darstellung der Strömung.

Die Strömung ist eine Transschallabströmung mit einem Überschallfeld, das durch einen senkrechten Verdichtungsstoß abgeschlossen wird. Durch Sichtbarmachung der Strömung mit dem Schlierensystem wurde beobachtet, daß dieser Verdichtungsstoß instabil ist. Auch in den stationären Messungen (siehe Kapitel 2.3.4) kommt dies zum Ausdruck. Die Schalllinie verläuft nicht zwischen zwei benach-

barten Schaufeln, sondern sie verschwindet im Nachlauf der Nachbarschaufel.

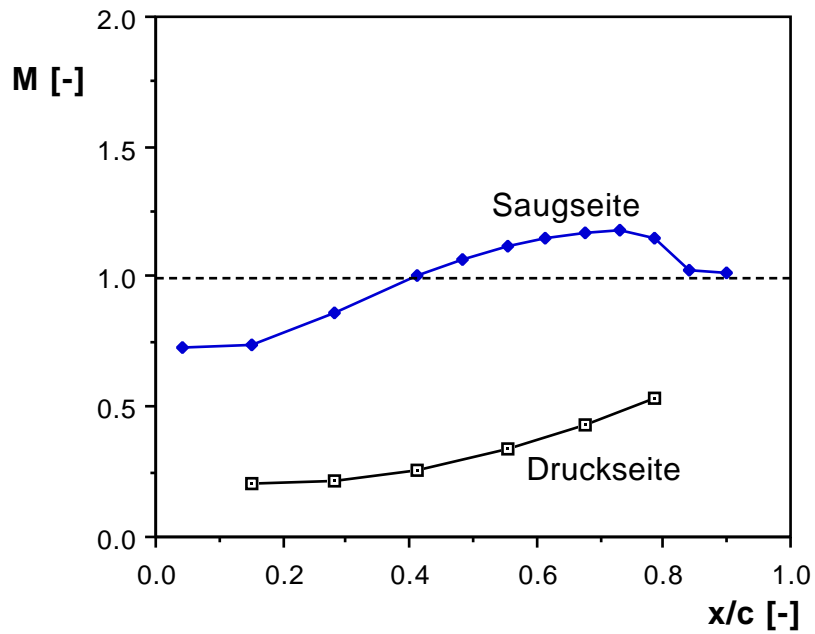


Bild 2.7: Machzahlverlauf an der Schaufeloberfläche in Kanalmitte

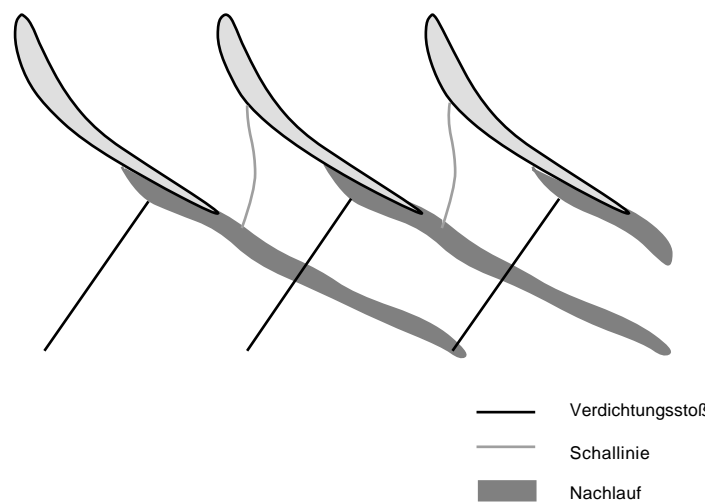


Bild 2.8: Schematische Darstellung der Strömung

2.3.4 Instationäre Messungen

Zunächst wird in Bild 2.9 das Verhalten der instationären Drücke an der Schaufel-

oberfläche vorgestellt. Dazu wird der instationäre Druckbeiwert \tilde{c}_p gebildet, indem der instationäre Anteil \tilde{p} des mit einem instationären Druckaufnehmer gemessenen Drucksignals mit dem dynamischen Druck der Zuströmung dimensionslos gemacht wird. Der so entstandene dimensionslose Druck wird auf die dimensionslose Schaufelbewegung $h(t)$ bezogen:

$$\tilde{c}_p = \frac{1}{h} \frac{\tilde{p}}{(p_{c1} - p_1)} \quad (2.1)$$

Dabei handelt es sich um die Auswirkungen der Schaufel auf sich selbst. Es ist klar zu sehen, daß auf der Saugseite bei $x/c = 0.8$ das Maximum des instationären Druckes ist. Das bedeutet, daß dort die zeitlichen Änderungen der Strömung am größten sind. An dieser Stelle befindet sich der senkrechte Stoß, der, wie zuvor erwähnt, nicht stabil ist. Die zeitlichen Änderungen sind auf die ständige Bewegung dieses Stoßes zurückzuführen.

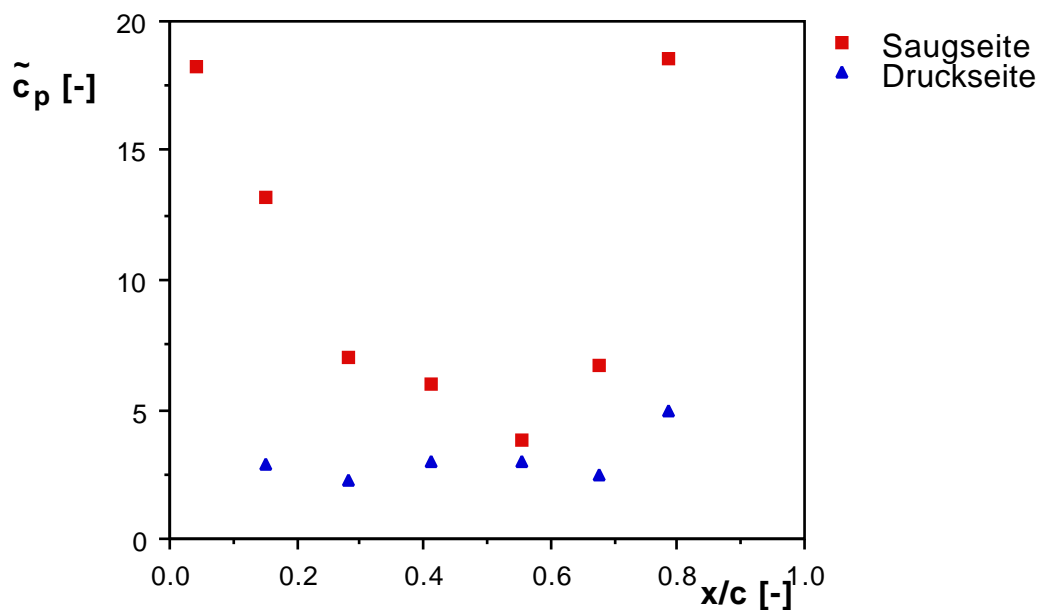


Bild 2.9: *Instationäre Druckbeiwerte (Einfluß einer Schaufel auf sich selbst)*

Die Bilder 2.10 bis 2.12 zeigen die aerodynamische Dämpfung beim besprochenen Versuch. Die aerodynamische Dämpfung ist dabei als Funktion der Phasendifferenz zwischen zwei benachbarten Schaufeln dargestellt.

Die aerodynamische Dämpfung wird dabei aus der instationären Schaufelkraft \tilde{c}_f

und dem Phasenwinkel φ zwischen der Schaufelbewegung und der Schaufelkraft bestimmt:

$$= - \tilde{C}_f \cdot \sin(\varphi) \quad (2.2)$$

Dabei wird die instationäre Schaufelkraft wie folgt aus den instationären Druckbeiwerten und den Lagen der instationären Druckaufnehmer auf der Schaufel bestimmt:

$$\tilde{C}_f = \sum_i \tilde{C}_{p_i} \cdot (x/c)_i \quad (2.3)$$

Eine positive aerodynamische Dämpfung bedeutet, daß ein schwingendes System durch die Strömung gedämpft wird. Die Strömung hat also eine stabilisierende Wirkung. Negative aerodynamische Dämpfungen bedeuten, daß die Strömung anfachend wirkt, also eine destabilisierende Wirkung hat. Ein System mit negativer aerodynamischer Dämpfung kann von sich aus anfangen zu schwingen, wenn seine mechanische Dämpfung nicht groß genug ist, um die aerodynamische Dämpfung auszugleichen.

Bei der vorliegenden Strömung ist folgendes festzustellen: Auf der Saugseite (Bild 2.10) liegt durchweg instabiles Verhalten vor, während die Druckseite (Bild 2.11) für alle eine stabilisierende Wirkung hat. Dies führt dazu, daß es bei Betrachtung der gesamten Schaufel (Bild 2.12) darauf ankommt, welcher Schwingungszustand vorliegt, um sagen zu können, ob stabile oder instabile Verhältnisse vorliegen: Es gibt sowohl anregende als auch dämpfende Zonen.

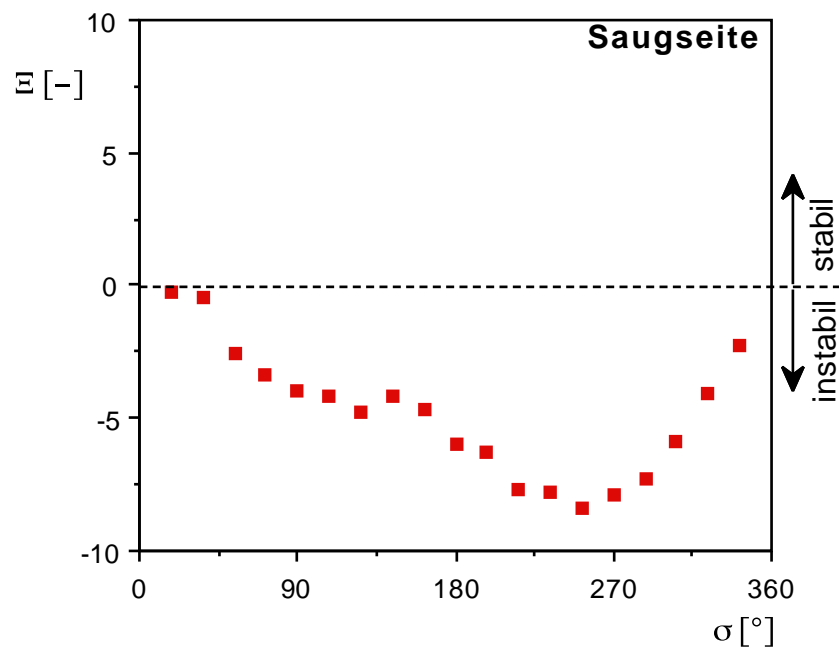


Bild 2.10: Aerodynamische Dämpfung Ξ als Funktion der Phasendifferenz σ zwischen benachbarten Schaufeln für die Saugseite

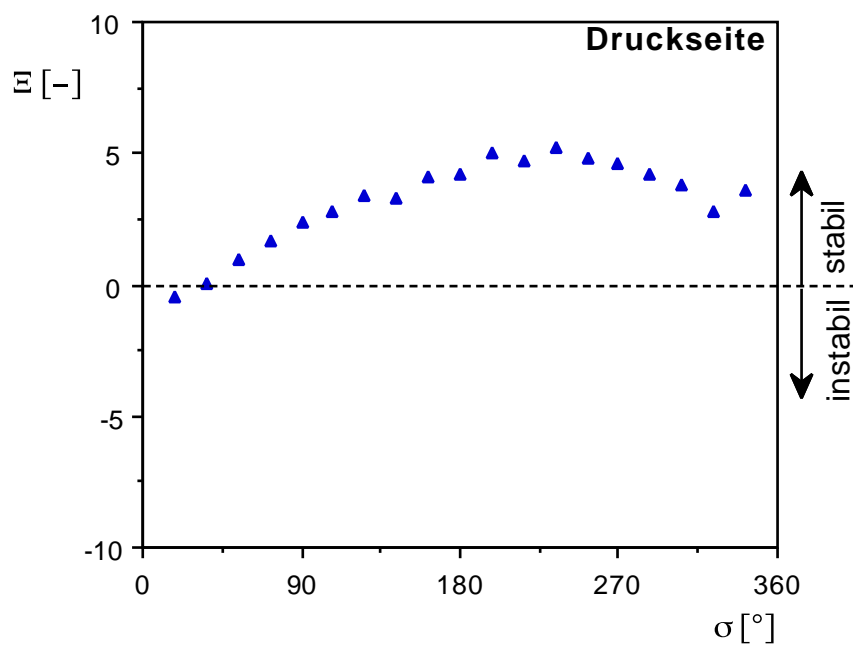


Bild 2.11: Aerodynamische Dämpfung Ξ als Funktion der Phasendifferenz σ zwischen benachbarten Schaufeln für die Druckseite

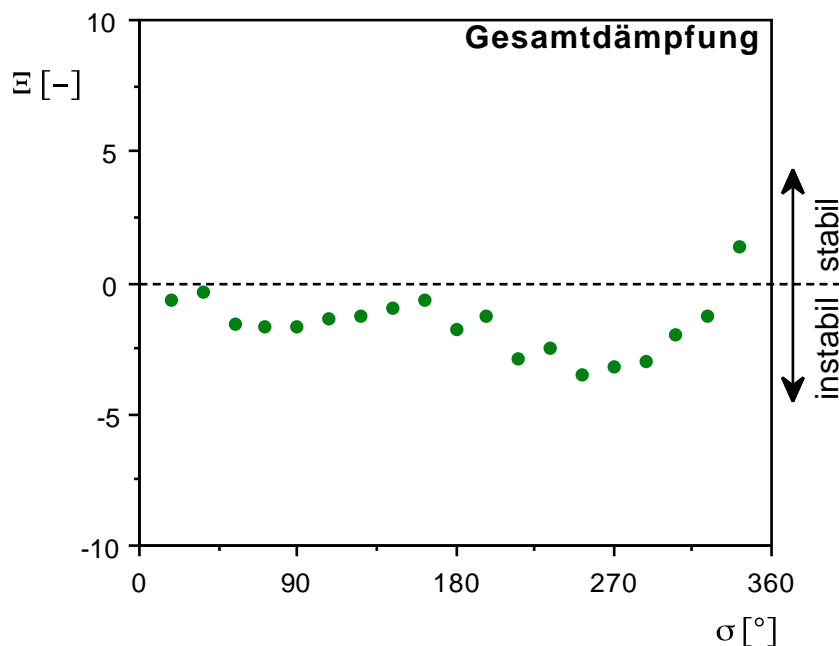


Bild 2.12: Gesamte aerodynamische Dämpfung Ξ als Funktion der Phasendifferenz σ zwischen benachbarten Schaufeln

Optische Messungen zeigten, daß bei Betriebszuständen mit instabilen Verhältnissen bei Abströmgeschwindigkeiten in der Nähe der Schallgeschwindigkeit die senkrechten Stöße stark fluktuieren [Bölcs et al, 1987]. Diese Stoßfluktuationen können in der Größenordnung von bis zu 6 % der Sehnenlänge der Schaufel liegen.

In Bild 2.13 werden nun für je einen Versuch mit Unterschallabströmung und einen Versuch mit Überschallabströmung die Verläufe der Phasenwinkel zwischen der Schaufelbewegung und dem Drucksignal entlang der Schaufel miteinander verglichen. Es werden dabei nur die Werte auf der Saugseite betrachtet. Es ist festzustellen, daß bei Unterschallabströmung über der gesamten Schaufeloberfläche ein konstanter Phasenwinkel vorliegt, während bei Überschallabströmung im Bereich der Lage des Verdichtungsstoßes ($x/c \approx 0.8$) eine große Verschiebung der Phasenwinkel stattfindet. Es konnte nicht geklärt werden, woher diese Verschiebung rührt und es stellt sich die Frage, wie ein Druckaufnehmer auf einen Verdichtungsstoß reagiert, der direkt über dem Meßloch hin- und herwandert.

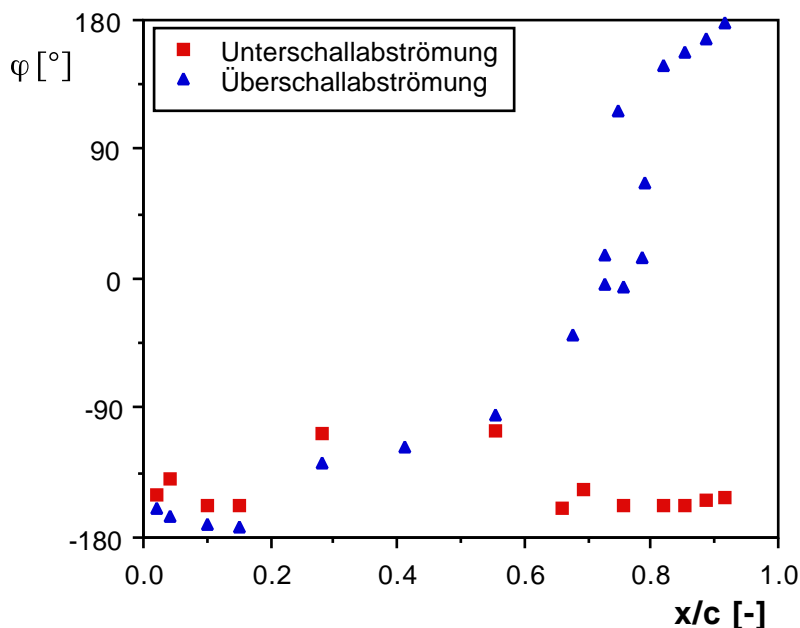


Bild 2.13: Vergleich des Phasenwinkelverlaufs zwischen Drucksignal und Schaufelbewegung an der Schaufeloberfläche für Unterschall- und Überschallabströmung (nur Saugseite)

Zusammenfassend kann zu den Versuchen im Ringgitterprüfstand gesagt werden, daß es Betriebszustände gibt, bei denen die Strömung einen anregenden Einfluß auf das Versuchsgitter hat. Diese Zustände treten häufig bei schallnaher Abströmung auf, wo senkrechte Verdichtungsstöße auf der Saugseite stehen. Als destabilisierende Komponente wurde bei diesen Messungen die Saugseite festgestellt, wobei besonders große Fluktuationen im Bereich des senkrechten Verdichtungsstoßes auffallen.

Es liegt daher nahe, das Phänomen eines oszillierenden senkrechten Verdichtungsstoßes zu isolieren und in vergrößertem Maßstab zu untersuchen. Aus diesem Grund wurden die Messungen in der 2D-Düse durchgeführt. Dabei soll das instationäre Verhalten eines oszillierenden senkrechten Verdichtungsstoßes, sowie die Auswirkungen dieses Verdichtungsstoßes und der vorhandenen Grenzschicht auf das Verhalten von instationären Druckaufnehmern untersucht werden. Die Meßergebnisse sollen auch zur Validierung von Rechenprogrammen verwendet werden.

3. Zielsetzung

Die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit umfaßt folgende Punkte:

- Beantwortung grundsätzlicher Fragen, die bei den Messungen in einem schwingenden Turbinengitter auftraten:
 - Wie reagiert ein Druckaufnehmer unter einem oszillierenden Verdichtungsstoß?
 - Wie breiten sich die Strömungsinformationen in der Wandzone aus?
 - Wie beeinflusst eine Wandgrenzschicht die Meßergebnisse eines instationären Druckaufnehmers? Verändert sie die Phasenlage und die Druckamplitude?
- Erstellen eines nichtlinearisierten instationären Rechenprogrammes, das in der Lage ist, einen schwingenden senkrechten Verdichtungsstoß in einer Düse scharf zu erfassen. Das Programm soll so ausgelegt sein, daß es zur Berechnung der instationären Strömung in schwingenden Schaufelgittern ausgebaut werden kann.
- Validierung dieses Rechenprogramms durch Messungen in einer ebenen Düse.

Um diese Ziele zu erreichen, mußten folgende Maßnahmen durchgeführt werden:

- Ausrüstung einer ebenen Düse mit einem geeigneten System zur periodischen Schwingungsanregung eines senkrechten Verdichtungsstoßes
- Messung der instationären Stoßposition, der instationären Wanddrücke und anderer damit verbundener Phänomene in einer ebenen Düse mit periodisch schwingendem Verdichtungsstoß
- Korrelation der mit optischen Mitteln bestimmten instationären Stoßposition mit instationären Wanddrücken
- Korrelation der momentanen Geschwindigkeiten (gemessen mit dem Laser-2-Fokus-Verfahren) im Strömungsfeld mit instationären Wanddrücken
- Erstellung eines instationären Rechenprogramms zur Berechnung von Strömungen in quasi-eindimensionalen und zweidimensionalen Düsen mit variablem Gegendruck mit exakter und scharfer Erfassung von senkrechten Ver-

dichtungsstößen

- Einführung eines einfachen Reibungsmodells in das zweidimensionale Programm zur Abschätzung der Grenzschichteinflüsse
- Vergleich der Ergebnisse der Rechenprogramme mit diesen Messungen

4. Versuchseinrichtungen

4.1 Luftversorgung

Die Luftversorgung der Prüfstände des LTT erfolgt durch einen Turbokompressor mit folgenden charakteristischen Daten:

- maximaler Durchsatz 10 kg/s
- maximaler Ruhedruck 3.5 bar
- Ruhetemperatur regelbar zwischen 20°C und 80°C

4.2 Lavaldüse LAVAL II

Als Versuchsträger für die ausgesuchte Kanalgeometrie wurde die Lavaldüse "Laval II" des LTT (Bild 4.1, 4.2) gewählt. Diese Düse besitzt eine Kanalbreite von 40 mm. Die Strömungsgeschwindigkeiten können durch eine Serie von statischen Druckmeßbohrungen sowohl an den Düsenbacken als auch an den seitlichen Kanalwänden bestimmt werden. Der Totaldruck wird durch eine Pitot-Sonde in der Beruhigungskammer bestimmt. Durch Fenster an beiden Seitenwänden können sowohl Schlieren- als auch Holographieaufnahmen von der Strömung gemacht werden.

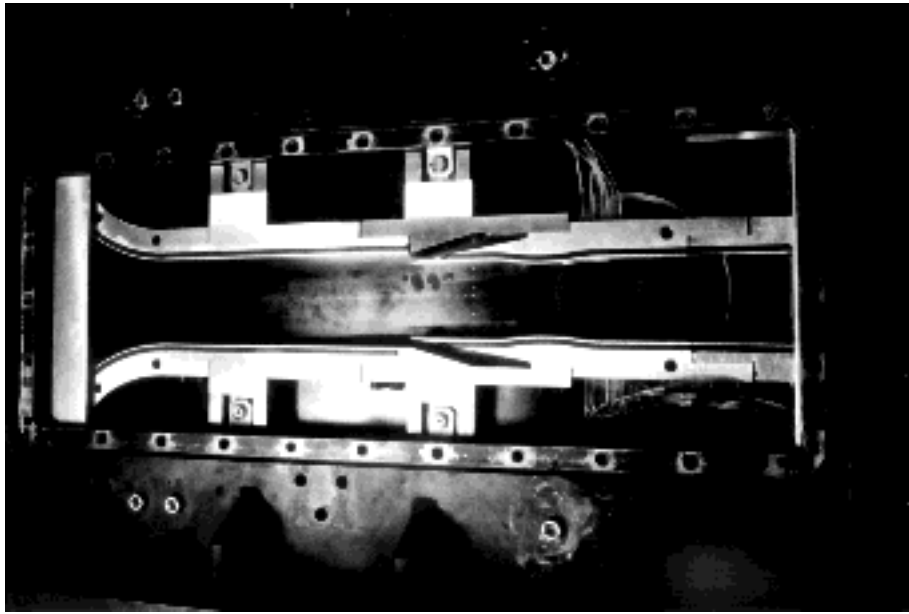


Bild 4.1: Photo der Lavaldüse LAVAL II

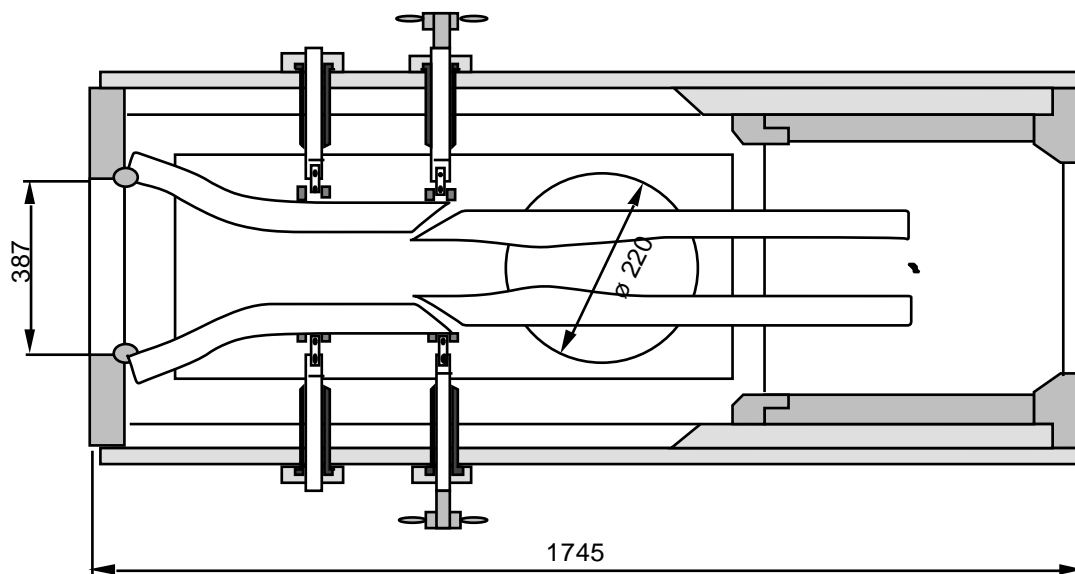


Bild 4.2: Schematische Darstellung der Lavaldüse LAVAL II

Da in der Düse bedeutende Grenzschichten gemessen wurden, wird an den Düsenbacken eine Abschneidung der Grenzschichten vorgenommen. Der Strömungskanal wird dadurch oben und unten um jeweils 10 mm verringert (siehe Bild 4.3). Die Abschneidung der Grenzschicht findet vor dem Beginn der zu untersuchenden Form statt ($x = -0.5$ nach der Darstellung in Kapitel 4.2.1).

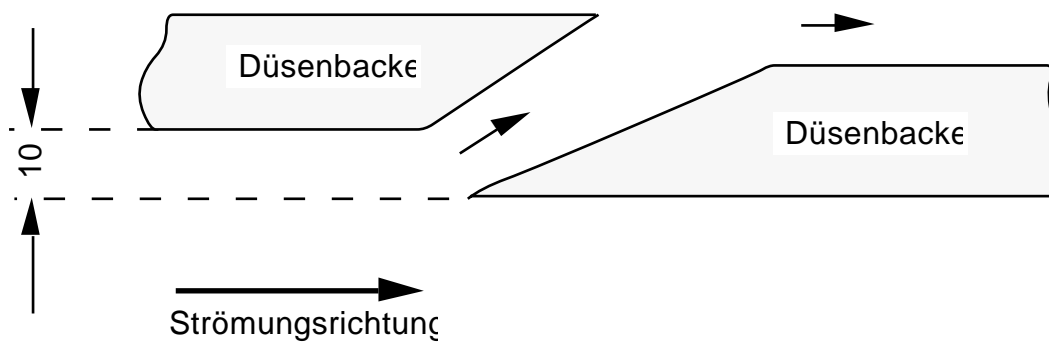


Bild 4.3: *Schematische Darstellung der Grenzschichtabschneidung*

Zur periodischen Variation des Gegendruckes wurde am Austritt des durch die Düsenbacken bestimmten Kanals ein Erreger eingebaut (siehe Bild 4.4). Es handelt sich dabei um einen zylindrischen Stab mit elliptischem Querschnitt (3 mm x 5 mm), der senkrecht zur Strömung eingebaut wurde. Er wird durch einen in seiner Drehzahl regelbaren Hydraulikmotor (0 1/s bis 90 1/s) um seine Längsachse gedreht. Mit der Drehung ändert sich die projizierte Fläche dieses Hindernisses. Der Nachlauf hinter diesem Hindernis verändert sich als Funktion dieser Fläche. Damit werden periodisch schwankende Strömungsverluste erzeugt, die unterschiedliche statische Drücke am Düsenaustritt nach sich ziehen. Aufgrund der zu- und abnehmenden Abströmgeschwindigkeit ändert sich die Stoßlage ebenfalls periodisch. Dabei entspricht eine Umdrehung des Erregers zwei Erregungszyklen für den Stoß. Der Stoß kann also mit einer Frequenz von 0 Hz bis 180 Hz zu Schwingungen angeregt werden, seine Amplitude beträgt dann jeweils ca. 10 mm aus seiner Ruhelage nach stromauf und stromab. Diese Amplitude ist von der Erregerfrequenz abhängig.

Die Drehzahl des Erregers wird mit einem System bestimmt, das die Impulse eines induktiven Aufnehmers benutzt.

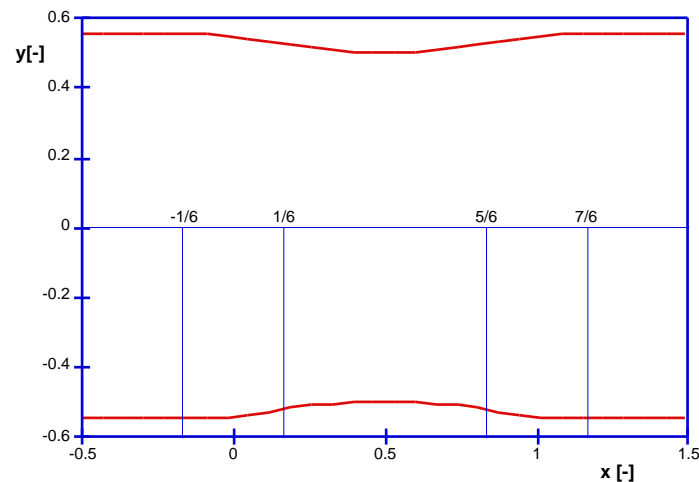


Bild 4.5: Düsenform nach Adamson

Für den Einsatz in der Düse Laval II mußten einige Änderungen vorgenommen werden:

- Damit die Düsengeometrie auswechselbar ist, wird nicht der engste Querschnitt als konstant vorgegeben, sondern der Querschnitt am Ein- und Austritt. Ohne Grenzschichtabschneidung beträgt die maximale Höhe des Kanals 100 mm am Eintritt und am Austritt. Mit Grenzschichtabschneidung beträgt sie 80 mm.
- Der Stoß sollte möglichst stark sein, eine Ablösung der Strömung sollte aber vermieden werden. Eine Machzahl von $M = 1.35$ direkt vor dem Stoß wurde gewählt.
- Bei dieser Machzahl soll eine mittlere Stoßlage erzielt werden, die in der Düse bei $x=1.0$ liegen sollte.

Die abgeänderten Formeln zur Flächenberechnung für die experimentell untersuchte Düsenform lauten dann folgendermaßen:

$$A(x) = A_{\text{Eintritt}} + \frac{1}{1+3 \cdot 2} \cdot 2 \cdot (f(x) - 3) \quad (4.3)$$

Um den Stoß an den von uns gewünschten Ort mit der gewünschten Stärke zu erhalten, wurde für folgender Wert gewählt:

$$= 0.181568259 \quad (4.4)$$

Für eine Kanalhöhe am Eintritt und Austritt von 100 mm beträgt A_{Eintritt} :

$$A_{\text{Eintritt}} = 1.0 [-] \quad (4.5)$$

Mit Absaugung und damit einer Kanalhöhe von 80 mm ist der Wert

$$A_{\text{Eintritt}} = 0.8 [-] \quad (4.6)$$

4.3 Stationäre Strömungsmessung

4.3.1 Statische Druckmessung

Zur Messung der statischen und totalen Drücke, sowie zur Bestimmung der Sondendrucke wird eine am LTT gebaute Datenerfassungsanlage für pneumatische stationäre Drücke verwendet.

Dieses mikroprozessorgesteuerte System erlaubt die Erfassung von bis zu 192 Druckmeßstellen. Die vier Absolut-Druckaufnehmer¹ haben einen Meßbereich von 0 bis 7000 mbar mit einer Genauigkeit von etwa 0.01 % Full Scale (entsprechend etwa 0.5 mbar). Sie besitzen eine sehr kleine Temperaturdrift von 0.0049 % pro Grad Temperaturschwankung. Die verschiedenen Druckkanäle werden mittels eines pneumatischen Schaltsystems² nacheinander auf die vier Druckaufnehmer geschaltet. Die Zeit, die benötigt wird, um nach einem Umschalten von einer Leitung auf eine andere eine konstante Druckanzeige zu erhalten, hängt vom Volumen der Leitungen ab, die aufgefüllt werden müssen. Daher kann die Wartezeit zwischen den verschiedenen Druckmessungen frei gewählt werden. Im allgemeinen reicht eine Wartezeit von ca. 5 sec nach dem Weiterschalten.

Die vier Druckaufnehmer werden vor jedem Versuch bei Atmosphärendruck untereinander und mit einem sehr genauen Barometer verglichen. Bei Bedarf

¹ Hersteller: Paroscientific Inc, USA, Modell: 21000-A

² Hersteller: Scanivalve Corp, USA, Modell: 48JGM

können die Eichkoeffizienten der Druckaufnehmer neu bestimmt werden.

Das System wird von einem IBM-PC gesteuert. Die gemessenen Drücke werden auf demselben Rechner ausgewertet.

4.3.2 Laser 2 Fokus - Messungen

Für berührungsfreie Messungen steht am Institut ein Laser 2 Fokus - Anemometer³ zur Verfügung. Das System wurde von der DFVLR (Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt) für Anwendungen in Turbomaschinen entwickelt.

Es handelt sich dabei um eine indirekte Meßmethode, bei der die Geschwindigkeit der Strömung durch die Geschwindigkeit von in der Strömung mitgeführten Partikeln bestimmt wird. Das Prinzip des Laser 2 Fokus - Anemometers ist das einer Lichtschranke (Bild 4.6). Aus der Zeit, die ein Partikel benötigt, um den Abstand zwischen den beiden von den Laserstrahlen geformten Brennpunkten zu durchqueren, und dem Abstand dieser Brennpunkte kann die Geschwindigkeit des Fluids bestimmt werden. Durchquert ein Teilchen den ersten Brennpunkt, so löst das reflektierte Licht die Stoppuhr aus. Wenn der zweite Brennpunkt durchquert wird, wird die Uhr angehalten. Wenn zwei verschiedene Teilchen die Brennpunkte durchqueren, ergibt sich eine kürzere oder längere Meßzeit. Durch Rotation des Meßvolumens wird die Strömungsrichtung bestimmt. Die Strömungsrichtung und die Strömungsgeschwindigkeit ergibt sich am Maximum der Häufigkeitsverteilung.

Die Partikel, die für die Messungen benötigt werden, sind entweder natürliche Partikel (Staub, etc), die im Strömungsmedium enthalten sind, oder künstlich erzeugte und in die Strömung eingesäte Partikel. Von ihrer Größe hängt die Genauigkeit der Messungen ab: Sind die Partikel zu schwer, können sie nicht den Stromlinien folgen, wenn diese stark gekrümmt sind. Auch bei starken Beschleunigungen oder Verzögerungen (z.B. Verdichtungsstoß) treten mit zu großen Teilchen Fehler auf.

Durch triggern der Meßelektronik (z.B. mit der Drehzahl eines Rotors) ist es auch möglich instationäre Phänomene mit diesem System zu messen (siehe Kapitel 4.6.2).

³ Hersteller: Polytec, BRD, Modell : L2F-O-2100

Bild 4.6 zeigt ein Schema des Systems. Es erlaubt die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten in zwei Richtungen (u , v). Dies reicht aus, um Messungen in einem ebenen Kanal durchzuführen.

Das System besteht aus einem Argonlaser als Lichtquelle (Wellenlänge 514 nm), einer Glasfaser, einem Meßkopf und einem schnellen 386er Personal Computer zur Signalanalyse und Steuerung.

Die Glasfaser transportiert das Licht zum Meßkopf am Prüfstand. Dieser Meßkopf ist auf einem in drei Achsenrichtungen (x , y , z) verfahrbaren Halter, der damit das Ausmessen des ganzen Strömungsfeldes erlaubt, befestigt. Der Meßkopf enthält den Strahlteiler, die beiden Photomultiplier und das System, das die Rotation der beiden Strahlen erlaubt.

Der Durchmesser der Brennpunkte beträgt ungefähr $10\text{ }\mu\text{m}$, ihr Abstand $230\text{ }\mu\text{m}$.

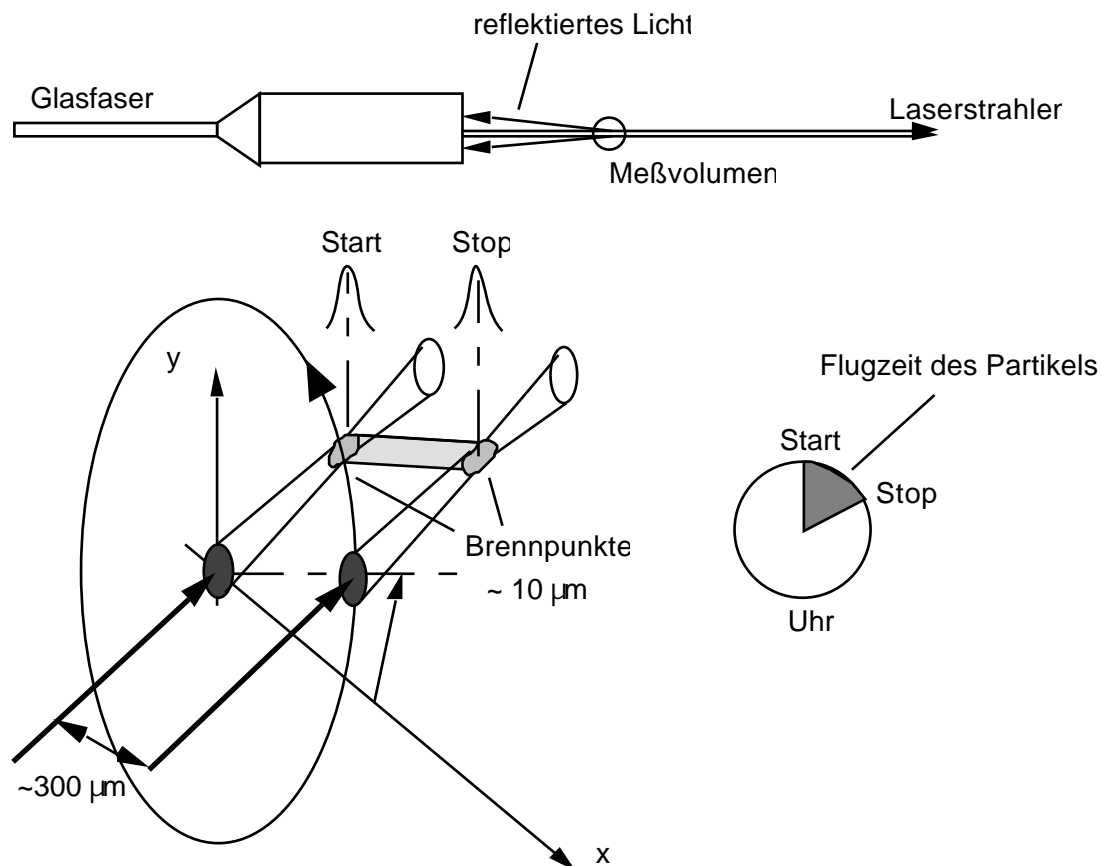


Bild 4.6: Schema des Laser 2 Fokus Anemometer

4.4 Instationäre Druckmessung

Zur Messung der instationären Drücke werden piezoresistive Absolut-Druckaufnehmer⁴ verwendet. Diese zylindrischen Miniaturdruckaufnehmer haben einen Meßbereich von 0 bis 3.4 bar. Die Einbaugröße beträgt 1.57 mm Durchmesser bei einer Länge von 11.4 mm.

Die Genauigkeit dieser Druckaufnehmer beträgt 0.5 % Full Scale (entsprechend etwa 17 mbar). Diese Angabe gilt jedoch nur, wenn der Druckaufnehmer wie geliefert mit den vom Hersteller angegebenen Empfindlichkeiten verwendet wird. In diesem Falle werden jedoch die Druckaufnehmer zusammen mit der gesamten Meßkette einer Eichung im Anwendungsbereich unterzogen. Dadurch wird nicht nur der relativ große Fehler der Druckaufnehmer weitgehend eliminiert, sondern auch ein durch die Leitungen und die Meßverstärker verursachter Fehler.

Bei den Messungen wurde den instationären Druckaufnehmern ein Tiefpaßfilter nachgeschaltet, das Frequenzen oberhalb von 500 Hz abschneidet, um hochfrequente Störungen auszuschalten. Der statische Anteil im Meßsignal wird wegen der Temperaturdrift des Druckaufnehmers nicht ausgewertet.

Zur Aufzeichnung der instationären Drücke und einer Reihe von Kontrollsignalen wird ein Analog-Magnetbandgerät⁵ verwendet. Dieses Gerät erlaubt eine gleichzeitige Aufzeichnung von 21 Signalen für Frequenzen bis zu 20 kHz.

Die Auswertung der instationären Messungen erfolgt "off-line" auf einem PC 386 - kompatiblen Rechner.

Bild 4.7 zeigt den schematischen Aufbau der Meßkette.

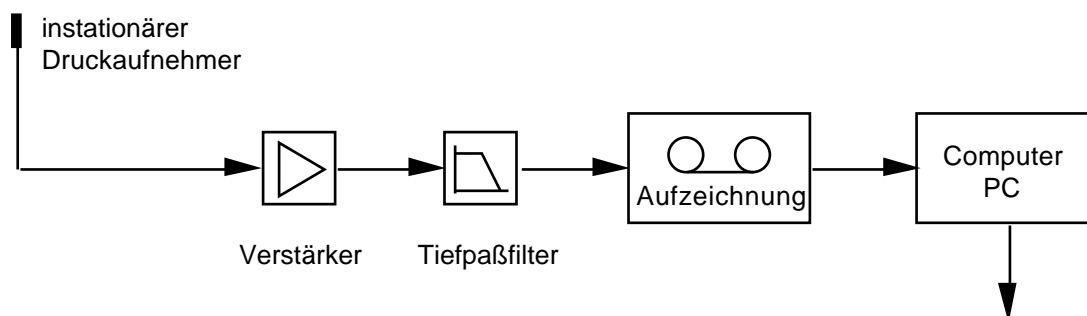


Bild 4.7: Schema der instationären Meßkette

⁴ Hersteller: ENDEVCO, USA, Modell: PS 8514-50

⁵ Hersteller: KYOWA, Modell: RTP-802A

4.5 Sichtbarmachung der Strömung

4.5.1 Schlierenmethode

In einer Strömung mit Stößen, Wirbeln und Grenzschichten kommt es aufgrund der damit verbundenen Dichteänderungen des Strömungsmediums zu einer Änderung des Brechungsindex in diesen Bereichen. Die Stellen, an denen der Brechungsindex geringfügig vom Normalwert abweichen, werden in der Optik Schlieren genannt [Wüst, 1969].

Mit dem Schlierensystem können solche Bereiche sichtbar gemacht werden. Die Sichtbarmachung kann mit dem Durchlichtverfahren oder mit dem Reflexionsverfahren gemacht werden. Das Reflexionsverfahren hat den Vorteil, daß gleichzeitig mit der Sichtbarmachung der Strömung noch Druckmessungen an der Wand (stationär oder instationär) vorgenommen werden können. Daher wurde dieses Verfahren gewählt.

Bild 4.8 zeigt den schematischen Aufbau des Systems. Ausgehend von der Lichtquelle (5) (kontinuierliches Licht von einer Quecksilberdampflampe oder ein Blitzlicht, das mit einer Kamera synchronisiert ist) geht der Lichtstrahl durch eine Blende (6). Anschließend wird mit einem Linsensystem (7) ein Brennpunkt erzeugt. Dieser Brennpunkt liegt im Fokus des Parabolspiegels (9). Der Lichtstrahl wird durch einen Planspiegel (8) auf den Parabolspiegel (9) geworfen. Ausgehend von diesem liegt ein Parallelstrahl vor, der durch das polierte Fenster (4) in die Meßstrecke einfällt und von der polierten Metallrückwand (3) zurückgeworfen wird.

Der ausfallende Strahl wird durch den Parabolspiegel (9) und den Planspiegel (8) zurückgeschickt. Durch leichtes Drehen der Spiegel kann erreicht werden, daß der vom ausfallenden Licht erzeugte Brennpunkt geringfügig neben den Brennpunkt des einfallenden Lichtstrahls fällt. Dort kann er durch ein Prisma (11) oder einen kleinen Planspiegel in eine Kamera (12) gelenkt werden.

Aufgrund der in der Meßstrecke aufgetretenen Dichteänderungen werden manche Bereiche des Lichtstrahls stärker abgelenkt als andere. Durch ein Schlierenmesser (10), das im Brennpunkt des ausfallenden Lichtstrahls angebracht wird, können diese Anteile des Lichtes abgeschnitten werden. Dadurch erscheinen z.B. Stöße auf dem Bild später schwarz.

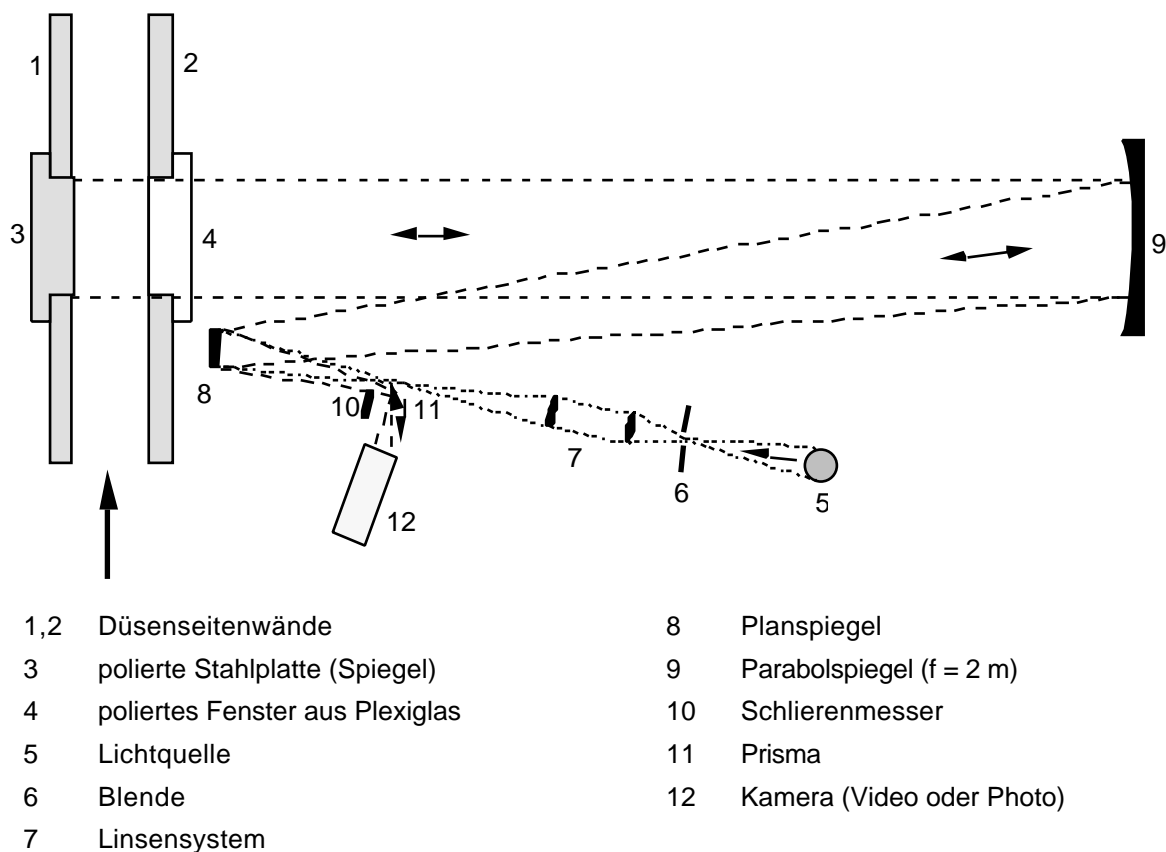


Bild 4.8: Schema des Schlierensystems für die Lavaldüse LAVAL II

4.5.2 Holographische Interferometrie

Mit Hilfe der holographischen Interferometrie wird der Verlauf der statischen Dichte im Strömungsfeld bestimmt. Diese Methode ist sowohl für Unter- als auch für Überschallströmungen [Bryanston-Cross et al, 1984] anwendbar. Sie ist allerdings auf zweidimensionale Strömungen begrenzt. Diese Technik wird benutzt, um das Strömungsfeld in der Düse sichtbar zu machen.

Das Funktionsprinzip der holographischen Interferometrie basiert auf der Interferenz von zwei Laserstrahlen, die vom selben Puls laser ausgehen [Vest, 1979, Ostrovsky et al, 1980]. Die beiden Wellenfronten monochromatischen und kohärenten Lichtes durchqueren die zu untersuchende Strömung zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten. Entsprechend der Dichte des durchdrungenen Mediums werden sie unterschiedlich verzögert. Das holographische Bild entsteht bei der Überlagerung zweier interferometrischer Bilder auf derselben Photoplatte.

Jedes der beiden interferometrischen Bilder entsteht bei einer Entladung des PulsLasers, dessen Strahlen das Strömungsfeld durchdringen. Der Aufbau des Systems ist in Bild 4.9 dargestellt.

Bei jeder Entladung des PulsLasers wird der Laserstrahl in einen Objektstrahl und in einen Referenzstrahl aufgespalten. Der Objektstrahl durchquert das Strömungsfeld, der Referenzstrahl wird um den Prüfstand herumgeleitet oder durchquert ihn an einer Stelle, wo sich keine oder zumindest eine ungestörte langsame Strömung befindet. Hinter dem Prüfstand werden die beiden Einzelstrahlen auf dieselbe Photoplatte zusammengeführt und interferieren dort.

Zwei aufeinanderfolgende Entladungen des Lasers bilden also auf einer Photoplatte zwei interferometrische Bilder ab, deren Interferenzstreifen vom Dichtefeld im Strömungsfeld abhängen.

Die Charakteristiken des zur Verfügung stehenden Rubin-PulsLasers⁶ sind folgende:

Wellenlänge	694.3	nm
Pulsenergie (in einem oder zwei Pulsen)	1.0	Joule
nominelle Pulsdauer	30	ns
Pulsseparation bei Doppelpuls	1 - 800	µs
Pulswiederholungsfrequenz	bis zu 4	1/min
Kohärenzlänge	größer als 1	m

Der Dichteunterschied zwischen zwei benachbarten Interferenzstreifen kann mit folgender Formel berechnet werden:

$$\Delta \rho = \frac{\rho}{L} K_{KD} \quad (4.7)$$

mit

$\lambda = 694.3 \cdot 10^{-9} \text{ m}$	Wellenlänge des Lasers
$L = 0.04 \text{ m}$	Weg des Strahls durch das Medium
$K_{KD} = 0.225 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$	Gladstone-Dale-Konstante (für Luft, $T = 288 \text{ K}$) [Vest, 1979]

⁶ Hersteller: JK Lasers, GB, Modell: HS-2

ergibt sich für den Dichteunterschied zwischen zwei benachbarten Streifen ein Wert von

$$= 0.0771 \text{ kg/m}^3 \quad (4.8)$$

Dieser Dichteunterschied ist für den Versuchsaufbau konstant.

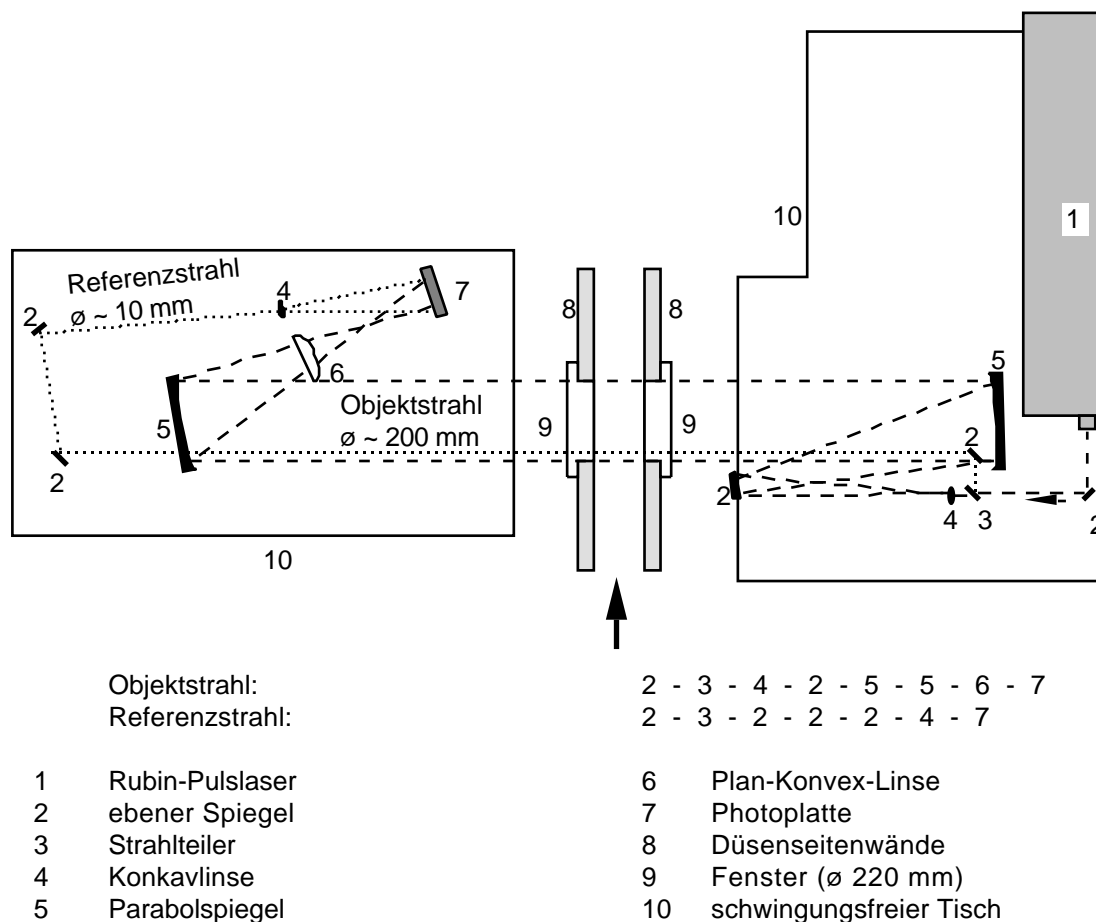


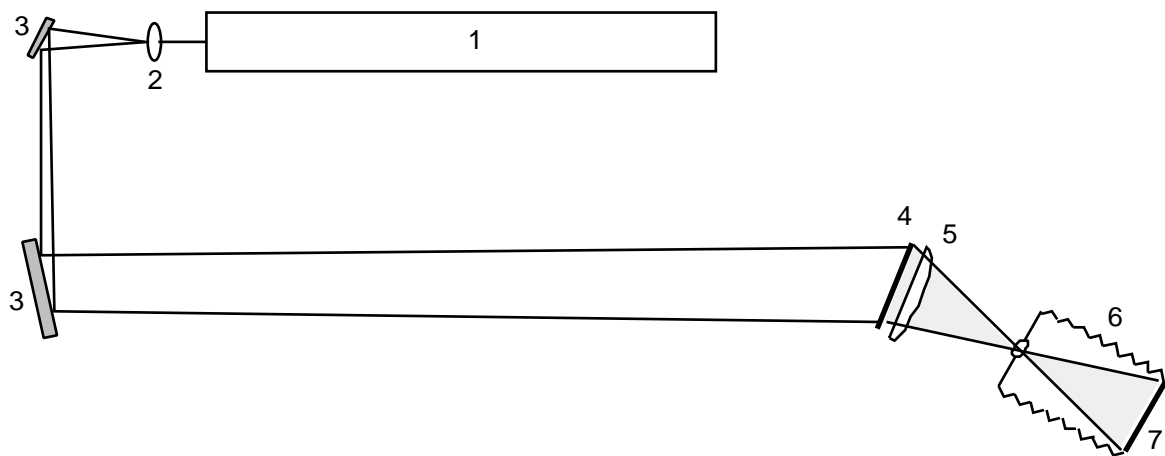
Bild 4.9: Schema des Aufbaus für die holographische Interferometrie

Je nach Aufnahmeverfahren können verschiedene Phänomene sichtbar gemacht werden:

- Linien gleicher statischer Dichte (Bestimmung des Strömungsfeldes)
- Gradienten der statischen Dichte (Bestimmung des Grenzschichtprofils)
- Instationäre Phänomene im Strömungsfeld (Stöße, Wirbel)

Die Auswertung der verschiedenen Hologrammarten sind ausführlich von Beretta-Piccoli [1985, 1987, 1989] beschrieben.

Bei der Rekonstruktion des holographischen Bildes für eine zweidimensionale Strömung wird die inzwischen entwickelte Photoplate wieder einem Laserstrahl ausgesetzt. Dabei interferieren die beiden aufgenommenen Bilder untereinander und das Hologramm kann abphotographiert, entwickelt, vergrößert und ausgewertet werden. Bild 4.10 zeigt den Aufbau bei der Rekonstruktion eines Hologramms.



- | | | | |
|---|----------------------|---|------------------------------|
| 1 | Rekonstruktionslaser | 5 | Plan-Konvex-Linse (ø 146 mm) |
| 2 | Konvex-Linse | 6 | Kamera |
| 3 | Planspiegel | 7 | rekonstruiertes Hologramm |
| 4 | Originalhologramm | | |

Bild 4.10: Aufbau bei der Rekonstruktion des Hologramms

4.6 Instationäre Bestimmung der Stoßlage

4.6.1 Zeilenkamera

Zur Bestimmung der momentanen Lage des Stoßes wird das Schlierensystem (Kapitel 4.5.1) benutzt. An die Stelle der Kamera wird eine Zeilenkamera⁷ gesetzt. Diese Kamera erlaubt die Beobachtung einer einzelnen Linie eines Fernsehbildes.

⁷ Hersteller: Reticon, Modell: 1901

Die Beobachtungsfrequenz kann daher erheblich höher sein als mit einem ganzen Fernsehbild. Außerdem reicht die Information auf nur einer Zeile, wenn die Zeile senkrecht zum sich bewegenden Stoß gelegt wird. Eine automatische Auswertung der Kamerasignale ist so erheblich vereinfacht.

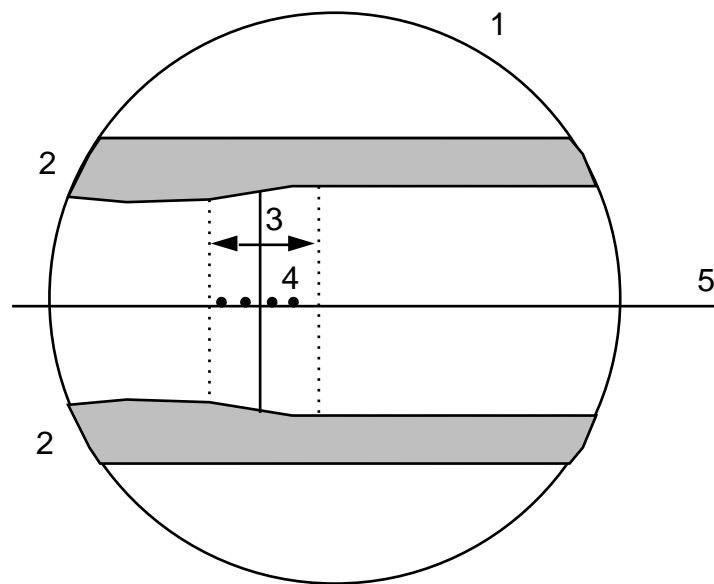
Die Kamera besteht aus einer Reihe von Photodioden. Alle Dioden werden ab einem Signal LEN (line enable) dem Licht ausgesetzt und nehmen die auf sie fallende Lichtstärke auf. Beim Signal LT (line transfer) wird der Wert aller Dioden gleichzeitig blockiert und der Wert der dann an jeder Diode anliegenden Spannung wird ausgegeben. Durch Variation der Zeit zwischen den Signalen LEN und LT kann die Belichtungszeit der Kamera geregelt werden.

Die Daten der zur Verfügung stehenden Kamera sind:

Anzahl der Dioden (Pixels)	1024	
Größe des Kamerafeldes	13.8	mm
Größe eines Pixels	0.013	mm
Bildfrequenz	16	1/sec

Die Bildfrequenz wird nicht durch die Kamera begrenzt, sondern durch die maximal mögliche Frequenz des Analogbandgerätes, auf dem die Signale der Kamera und der instationären Druckaufnehmer aufgezeichnet werden. Die Grenzfrequenz dieses Gerätes liegt bei 20 kHz. Dadurch ist das Signal mit der größten Frequenz CCLK (camera clock) nach oben hin begrenzt. Zu jedem Impuls CCLK wird der Spannungswert einer Diode ausgegeben. Mit der Anzahl der Dioden und den notwendigen Totzeiten ergibt sich die maximale Bildfrequenz.

Für die gleichzeitige Erfassung der Drücke und des Schlierenbildes mit der darin enthaltenen Information für die Stoßlage wurde eine spezielle Spiegelplatte für das Fenster in der Düse gebaut (Bild 4.11). Sie besteht aus Stahl und ist auf einer Seite poliert. Diese Seite dient als Spiegel für das Schlierensystem. Auf diesem Spiegel sind Marken eingeritzt, die zur geometrischen Bestimmung der Stoßlagen benutzt werden können. Auf zwei horizontalen Linien in Kanalmitte wurden Bohrungen eingebracht, an denen Röhrchen eingeschraubt werden können, die die Messung der statischen Drücke erlauben. Andere Röhrchen enthalten instationäre Druckaufnehmer und erlauben die Messung der instationären Drücke. Die Distanz zwischen zwei Bohrungen in einer Linie beträgt 5 mm. Die zweite Linie ist in einer Entfernung von 5 mm von der ersten um 2.5 mm horizontal gegenüber der ersten Linie



- | | | | |
|---|------------------|---|--|
| 1 | Schlierenfenster | 4 | stationäre Druckaufnehmer
(in der verspiegelten Rückwand) |
| 2 | Düsenbacke | 5 | mit Zeilenkamera beobachtete Linie |
| 3 | stationärer Stoß | | |

Bild 4.12: Schema der Strömung mit Aufnahme der stationären Stoßposition

Bei der Aufnahme wird ein Teil des Schlierenfensters abgedeckt. Vom freien Teil des Fensters sind die Größe des Ausschnitts und die Lage genau bekannt. Das von der Kamera ausgegebene Signal läßt damit eine genaue Bestimmung der geometrischen Lage des Stoßes zum Zeitpunkt der Aufnahme zu (siehe Bild 4.13).

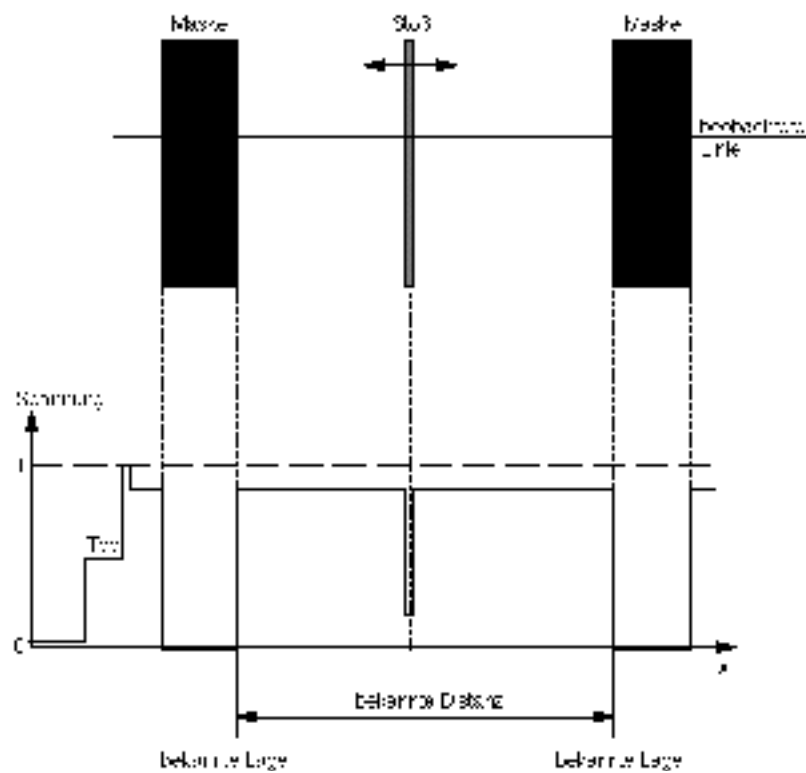


Bild 4.13: Theoretischer Zusammenhang zwischen Schlierenbild (oben) und Videosignal (unten)

Bild 4.14 zeigt ein echtes Videosignal, in dem die beiden Teile der Maske und der Stoß gut zu erkennen sind.

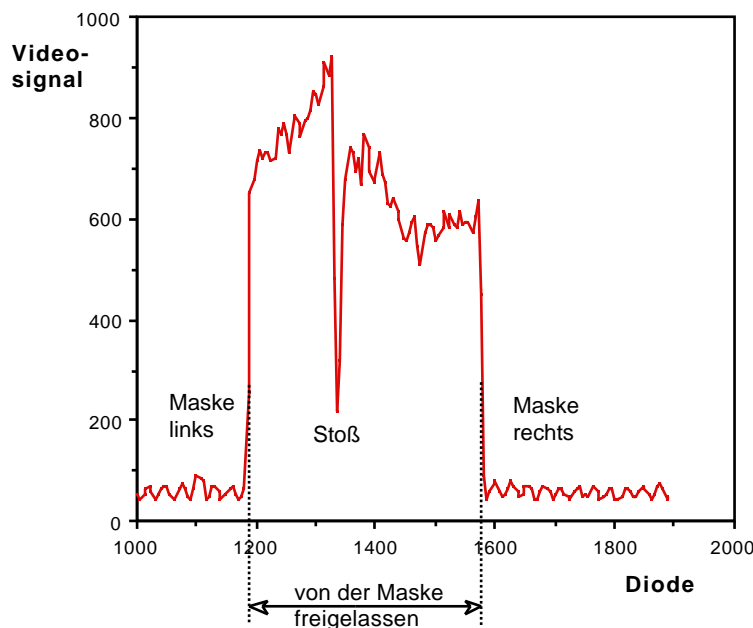


Bild 4.14: *Echtes Videosignal mit Stoß*

Die Signale der Kamera werden zusammen mit den instationären Drücken und einem Signal, das die Stellung des Erregers beinhaltet, auf einem Analog-Magnetbandgerät⁸ aufgezeichnet.

Die aufgenommenen Signale sind:

- p1 ... pn Drucksignale 1 bis n
- Exciter Erregersignal
 1 Signal pro Umdrehung Δ 1 Signal pro 2 Erregungszyklen
- Video Videosignal (Zeilenkamera)
 Spannungswerte der einzelnen Dioden zum Zeitpunkt t
- LT Line Transfer (Zeilenkamera)
 on solange Spannungswerte übertragen werden
 Anstieg off -> on = Zeitpunkt t (Aufnahme des Bildes)

Die Vorauswertung des Magnetbandes findet auf einem PC 386 - kompatiblen Rechner statt. Die dabei gewonnenen digitalisierten Werte werden anschließend auf einer HP Workstation ausgewertet.

Die digitalisierten Drucksignale werden zunächst mit Hilfe der Eichkurven für den

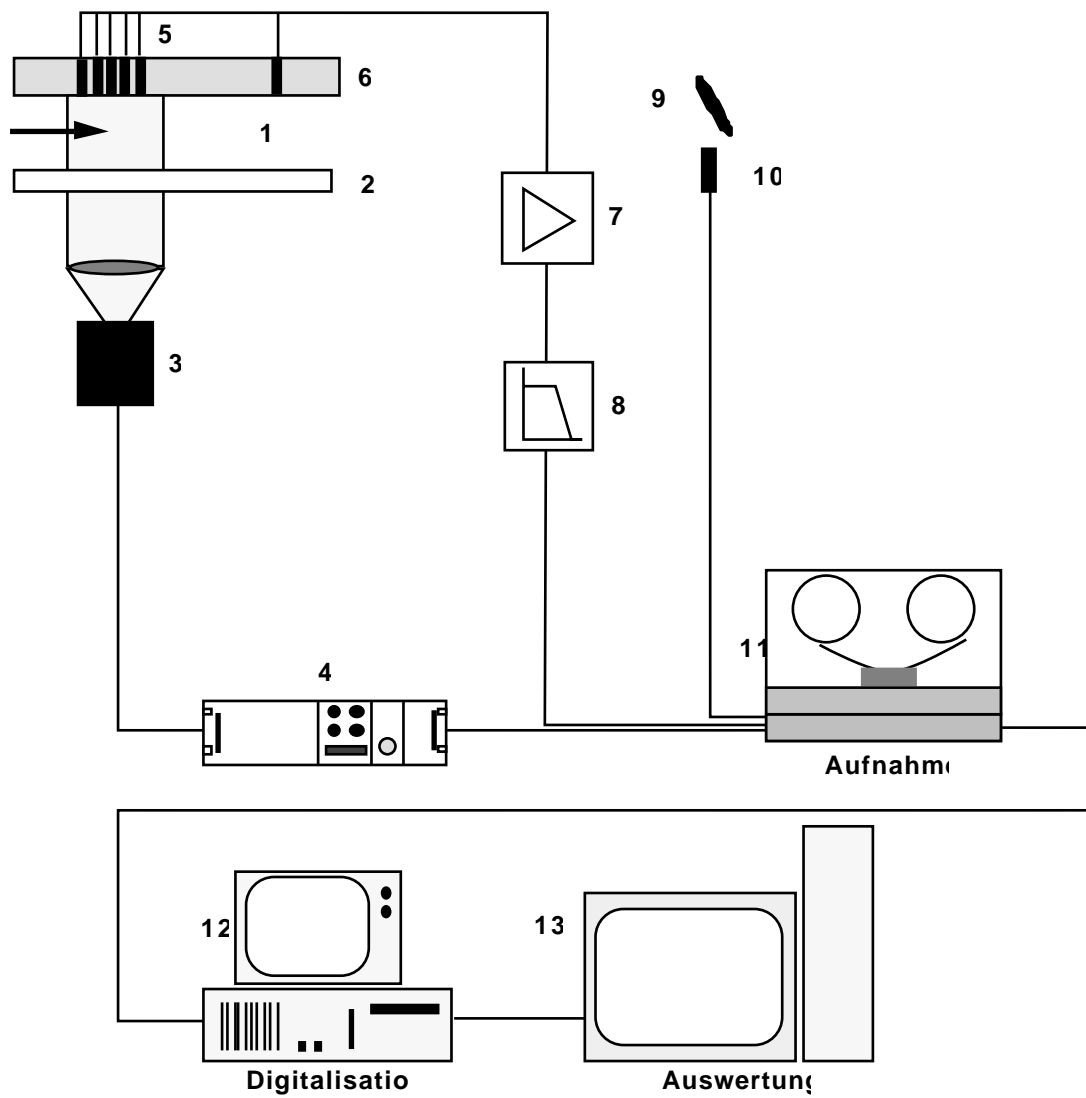
⁸ Hersteller: KYOWA, Modell: RTP-802A

jeweiligen Druckaufnehmer in echte Drucksignale umgewandelt. Der statische Anteil wird dabei eliminiert. Anschließend wird ein gemittelter Druck für einen Erregungszyklus aus allen zur Verfügung stehenden Erregungszyklen gebildet (Signal Averaging).

Aus den Signalen der Zeilenkamera kann die Stellung des Stoßes bestimmt werden. Aus dem Signal Line Transfer kann der Zeitpunkt, zu dem das Bild aufgenommen wurde, ermittelt werden. Aus dem Signal des Erregers kann anschließend die Stellung des Erregers zum Zeitpunkt der Aufnahme des Videobildes bestimmt werden. Damit ist die Lage des Stoßes in Funktion der Erregerstellung bekannt.

Die Auswertung mehrerer Bilder ergibt also den Stoßverlauf während einer Erregungsperiode.

Durch Korrelation mit den instationären Drücken können dann Phasenverschiebungen und Verzögerungen zwischen dem Stoßverlauf aufgrund der gemessenen instationären Drücke und dem aus den optischen Messungen ermittelten Stoßverlauf bestimmt werden. Bild 4.15 zeigt das Meßsystem, das verwendet wird, wenn gleichzeitig die Stoßposition mit der Zeilenkamera beobachtet wird und die instationären Drücke aufgenommen werden.



- | | | | |
|---|-----------------------------|----|-------------------|
| 1 | Strömungskanal | 8 | Tiefpaßfilter |
| 2 | Plexiglasfenster | 9 | Erreger |
| 3 | Zeilenkamera | 10 | Drehzahlmesser |
| 4 | Steuerelektronik | 11 | Analogrekorder |
| 5 | instationäre Druckaufnehmer | 12 | Personal Computer |
| 6 | Spiegelplatte | 13 | HP Workstation |
| 7 | Verstärker | | |

Bild 4.15: Meßsystem bei gleichzeitiger Messung mit der Zeilenkamera und mit instationären Druckaufnehmern

4.6.2 Instationäre Laser-2-Fokus-Messungen

Mit dem in Kapitel 4.3.2 beschriebenen Laser 2 Fokus-Anemometer können auch instationäre Messungen durchgeführt werden:

Die Meßelektronik wird mit dem am Erreger abgenommenen Signal getriggert. Das System teilt daraufhin eine halbe Umdrehung des Erregers ($180^\circ = 1$ Erregungszyklus) in 16 Zeitfenster auf (siehe Bild 4.16).

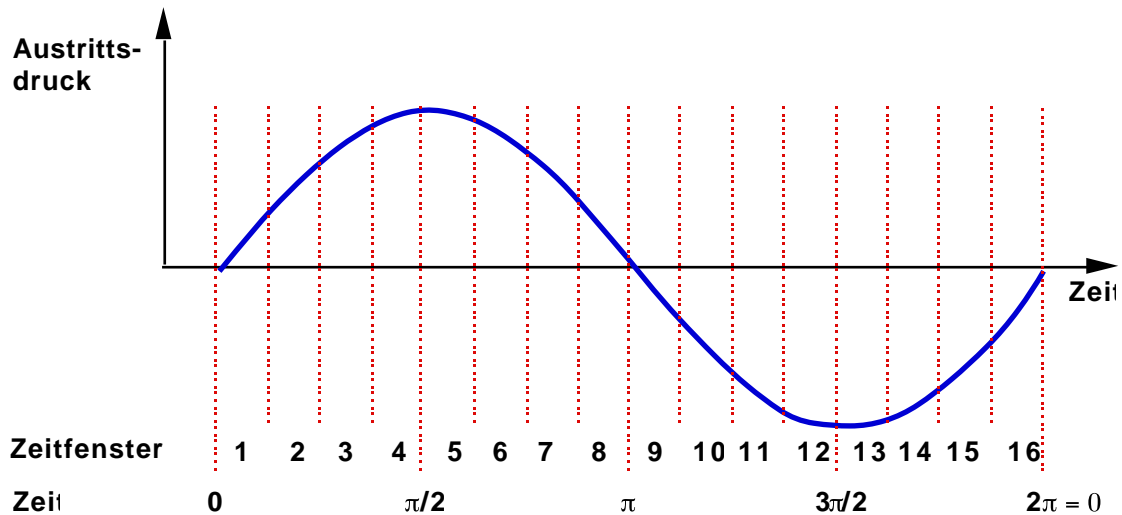


Bild 4.16: Aufteilung eines Erregungszyklusses in 16 Zeitfenster

Während der Messungen werden die Ergebnisse je nach Erregerstellung einem der 16 Zeitfenster zugeteilt. Es werden so Momente auftreten, wo die Strömungszustände vor dem Stoß gemessen werden, und solche, wo die Zustände hinter dem Stoß gemessen werden. Die Zeitfenster, zwischen denen der Stoß am Meßvolumen vorbeigekommen ist, können so ermittelt werden. Damit ist die Lage des Erregers bekannt, bei der der Stoß sich am Meßvolumen befindet.

Wenn nun dieses Meßvolumen in kleinen Schritten zwischen den extremen Stoßlagen (bei horizontal stehendem und bei vertikal stehendem Erreger) verschoben wird, kann ebenfalls eine Kurve gefunden werden, die die Stoßlage in Abhängigkeit der Erregerposition darstellt.

Diese Kurve wird dann mit der Kurve verglichen, die mit der Zeilenkamera ermittelt wurde.

4.7 Anwendung der Meßmethoden

Durch die Anwendung der oben aufgezählten modernen Meßtechniken ist es möglich, die gesuchten stationären und instationären Phänomene (Stoßbewegungen, Druckschwankungen) an unterschiedlichen Stellen im Kanal zu erfassen

und die dadurch gewonnenen Ergebnisse zu vergleichen:

Phänomen	wo ?	womit erfaßt ?
Geschwindigkeitsfeld	im gesamten Strömungsfeld	statische Wanddruckbohrungen Holographie Laser 2 Fokus-Anemometer
stationäre Stoßlage	im Strömungsfeld	Schlieren stationär Holographie Laser 2 Fokus-Anemometer
Grenzschicht	Düsenbacken	Laser 2 Fokus-Anemometer Pitot-Sonden
	Seitenwände	Laser 2 Fokus-Anemometer Pitot-Sonden
Stoßbewegung	Kanalmitte	inst. Schlieren (Zeilenkamera) Laser 2 Fokus-Anemometer
Druckschwankungen	Kanalwand	instationäre Druckaufnehmer
Geschwindigkeitsänderungen	Kanalmitte	Laser 2 Fokus-Anemometer

Tabelle 4.1: Anwendbarkeit der unterschiedlichen Meßmethoden

Für die Bestimmung der instationären Phänomene können einige der Meßmethoden (z.B. Schlieren und instationäre Druckaufnehmer) gleichzeitig während desselben Versuchs benutzt werden. Durch Bezug der Messungen auf das Signal des Erregermechanismus werden die Ergebnisse auf einen gemeinsamen Zeitmaßstab gebracht.

Durch den Vergleich der Messungen in Kanalmitte und an der Kanalwand kann auf den Einfluß der Grenzschicht an der Seitenwand auf instationäre Vorgänge geschlossen werden.

Mit dem Laser 2 Fokus-Verfahren kann das gesamte Strömungsfeld bestimmt werden. Dabei können auch die Grenzschichtdicken an den Seitenwänden und an den Düsenprofilen ermittelt werden.

5. Ergebnisse der Messungen

5.1 Stationäre Messungen

Zur Hilfe bei der Orientierung in den nachfolgenden Diagrammen zeigt Bild 5.1 die Definition des zur Darstellung der Meßergebnisse verwendeten Koordinatensystems in der Düse. Der Koordinatenursprung liegt im engsten Querschnitt (Lage in x-Richtung), in der Mitte zwischen den Düsenbacken (Lage in y-Richtung) und in der Mitte des 40 mm breiten Kanals (Lage in z-Richtung).

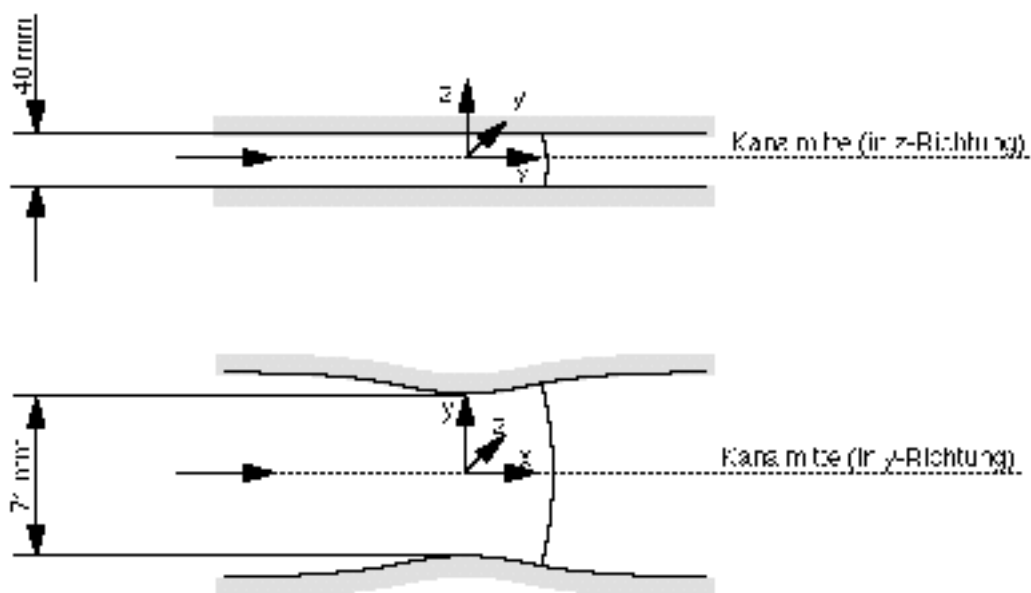


Bild 5.1: Definition des Koordinatensystems bei den Messungen

Tabelle 5.1 enthält die wichtigsten Kenngrößen der Strömung durch diese Düse:

	Extremlage 1	Extremlage 2
Zuströmmachzahl M_1 [-]	0.66	0.66
maximale Machzahl vor dem Stoß [-]	1.30	1.15
Abströmmachzahl M_2 [-]	0.83	0.78
Reynoldszahl ¹ [-]	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$

Tabelle 5.1: Wichtigste Kenngrößen für die Strömung durch die Düse

Bei jedem der durchgeführten Versuche werden die statischen Drücke auf den Düsenbacken in Kanalmitte (in z-Richtung) und der Totaldruck in der Beruhigungskammer gemessen. Im allgemeinen werden diese Drücke zu Beginn eines Versuches und am Ende, wenn notwendig auch während eines Versuches, gemessen, um zu gewährleisten, daß die eingestellten Strömungsbedingungen konstant beibehalten wurden. Bild 5.2 zeigt einen derartigen Verlauf. In diesem Bild sind jeweils die Drücke an der oberen und der unteren Düsenbacke dargestellt. Es wurden zwei Messungen vorgenommen: Einmal wurde der Erreger in die horizontale Stellung gebracht (minimaler Gegendruck), einmal in die vertikale Stellung (maximaler Gegendruck). Damit wurden die beiden extremen Stoßpositionen bestimmt, zwischen denen der Stoß hin- und herschwingt. Die Dichte der Druckmeßbohrungen reicht allerdings nicht aus, um eine genaue Bestimmung der Stoßlagen zuzulassen.

¹ gebildet mit Zuströmgrößen, Düsenhals als Referenzlänge

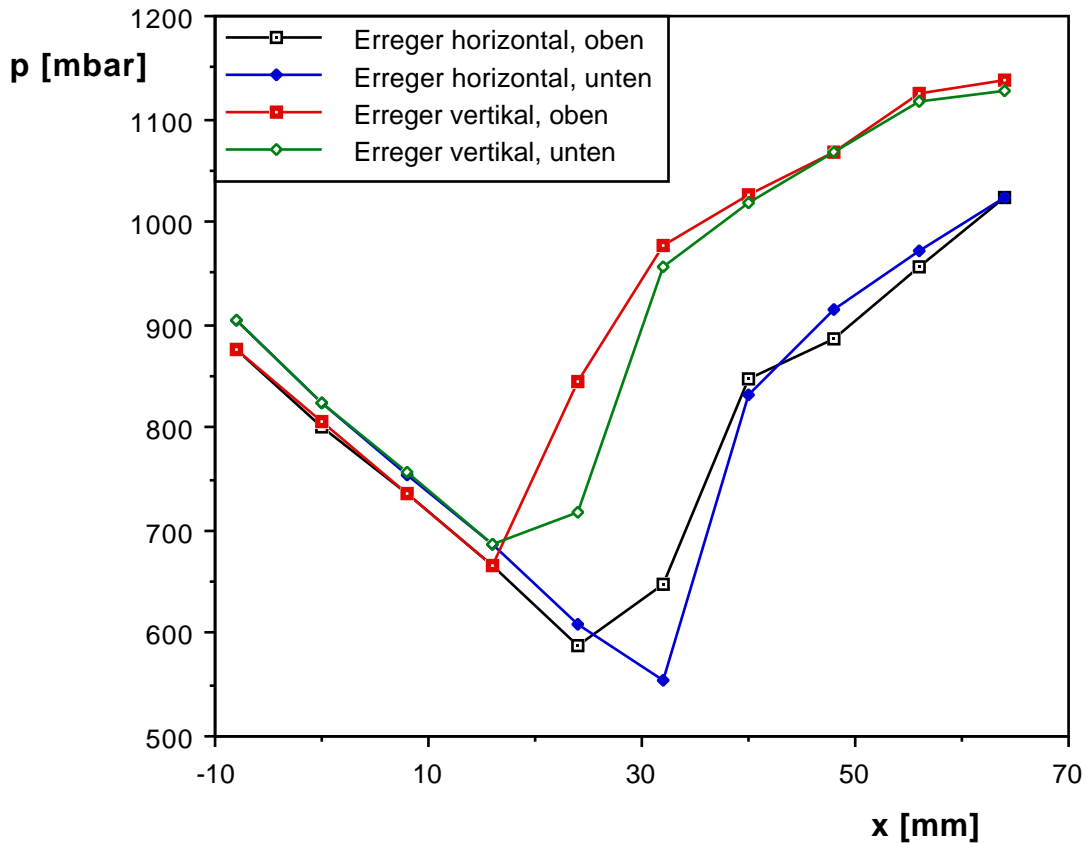


Bild 5.2: Verlauf des statischen Druckes auf den Düsenbacken

Die Ergebnisse der statische Druckmessungen an der Düsenwand im Bereich des Stoßes mittels der Druckmeßbohrungen, die in die Spiegelplatte (Kapitel 4.6.1) eingeschraubt sind, werden in Bild 5.3 dargestellt. Die Messung wurde in Kanalmitte (y-Richtung) durchgeführt. Auch hier werden zwei Messungen dargestellt: Messung 1 mit horizontal stehendem Erreger, Messung 2 mit vertikal stehendem Erreger. Aufgrund des Abstandes von nur 2.5 mm zwischen den Druckmeßbohrungen kann die Stoßlage relativ scharf erfaßt werden. Als Stoßlage wird der Punkt direkt nach dem Beginn des Druckanstiegs benutzt. Die so ermittelten Extremlagen des Stoßes sind für diese Messungen:

Erregerstellung horizontal: $x_{\text{Stoß}} = 42.0 \text{ mm}$

Erregerstellung vertikal: $x_{\text{Stoß}} = 22.0 \text{ mm}$

Stoßverschiebung: $x_{\text{Stoß}} = 20 \text{ mm}$

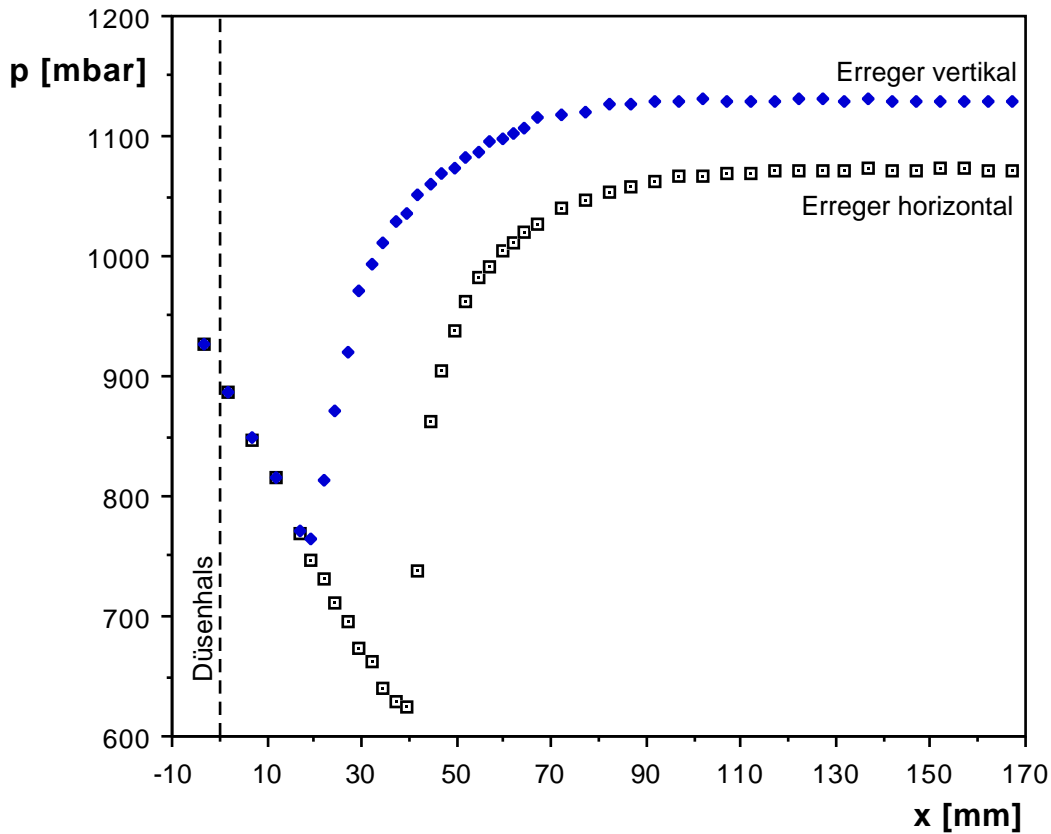


Bild 5.3: Verlauf der statischen Drücke an der Seitenwand in der Mitte des Kanals (in z-Richtung)

Der Druckanstieg am Stoß findet bei diesen Messungen nur sehr allmählich statt. Es entsteht eine ziemlich große Übergangszone zwischen dem Unterschall- und dem Überschallgebiet. Der Grund dafür liegt in der Wechselwirkung zwischen dem Stoß und der Grenzschicht an der Wand, an deren Oberfläche diese Drücke gemessen wurden [Bohning, 1982]. Der Stoß fächert sich zur Wand hin in Kompressionswellen auf (Bild 5.4). Dadurch ändert sich der statische Druck entlang der Wand weniger schnell, als er sich in der Kernströmung ändern würde.

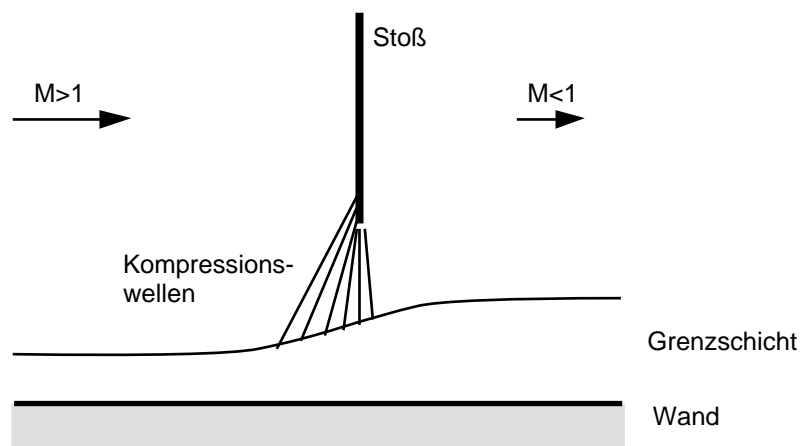


Bild 5.4: Schematische Darstellung der Wechselwirkung zwischen Stoß und Grenzschicht an einer Wand

Aus den Aufnahmen der Zeilenkamera mit stehendem Erreger in den beiden Extremstellungen (vertikal und horizontal) lassen sich ebenfalls extreme Stoßlagen ermitteln:

Erregerstellung horizontal:	$x_{\text{Stoß}} = 49.3 \text{ mm}$
Erregerstellung vertikal:	$x_{\text{Stoß}} = 25.8 \text{ mm}$
Stoßverschiebung:	$x_{\text{Stoß}} = 23.5 \text{ mm}$

Diese Werte wurden gleichzeitig mit den Wanddrücken (Bild 5.3) gemessen. Die Strömungsverhältnisse für diese beiden Meßverfahren waren also identisch.

Bild 5.5 stellt die Messungen der Geschwindigkeit in der Kanalmitte (y-Richtung und z-Richtung) mit dem Laser 2 Fokus Verfahren (Kapitel 4.3.2) dar. Die Stoßlage kann damit sehr genau bestimmt werden. Als Stoßpunkt wird der Punkt direkt hinter dem Beginn des Geschwindigkeitsabfalls verwendet. Auch hier wurde die Stoßlage für beide Erregerstellungen ermittelt:

Erregerstellung horizontal:	$x_{\text{Stoß}} = 53.0 \text{ mm}$
Erregerstellung vertikal:	$x_{\text{Stoß}} = 33.0 \text{ mm}$
Stoßverschiebung:	$x_{\text{Stoß}} = 20.0 \text{ mm}$

Bei vertikalem Erreger (der Stoß steht dichter am engsten Querschnitt, die Machzahl vor dem Stoß beträgt etwa $M=1.15$) tritt nach dem Stoß eine Verzögerung der Strömung ein, da sich dieses Gebiet noch im divergenten Teil der Düse befindet. Auch bei vertikalem Erreger (die Machzahl vor dem Stoß beträgt etwa $M=1.30$) befindet sich der Stoß noch im divergenten Teil der Düse. Es müßte also

ebenfalls eine Verzögerung der Strömung eintreten. Daß jedoch eine deutliche Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit festzustellen ist, kann auf eine Ablösung der Strömung zurückgeführt werden. Dadurch wird der Strömungsquerschnitt vermindert, was zur Beschleunigung der Strömung führt. Da bei den Sichtbarmachungen der Strömung keine Ablösung an den Düsenbacken festgestellt wurde, muß diese Ablösung an den Seitenwänden der Düse auftreten.

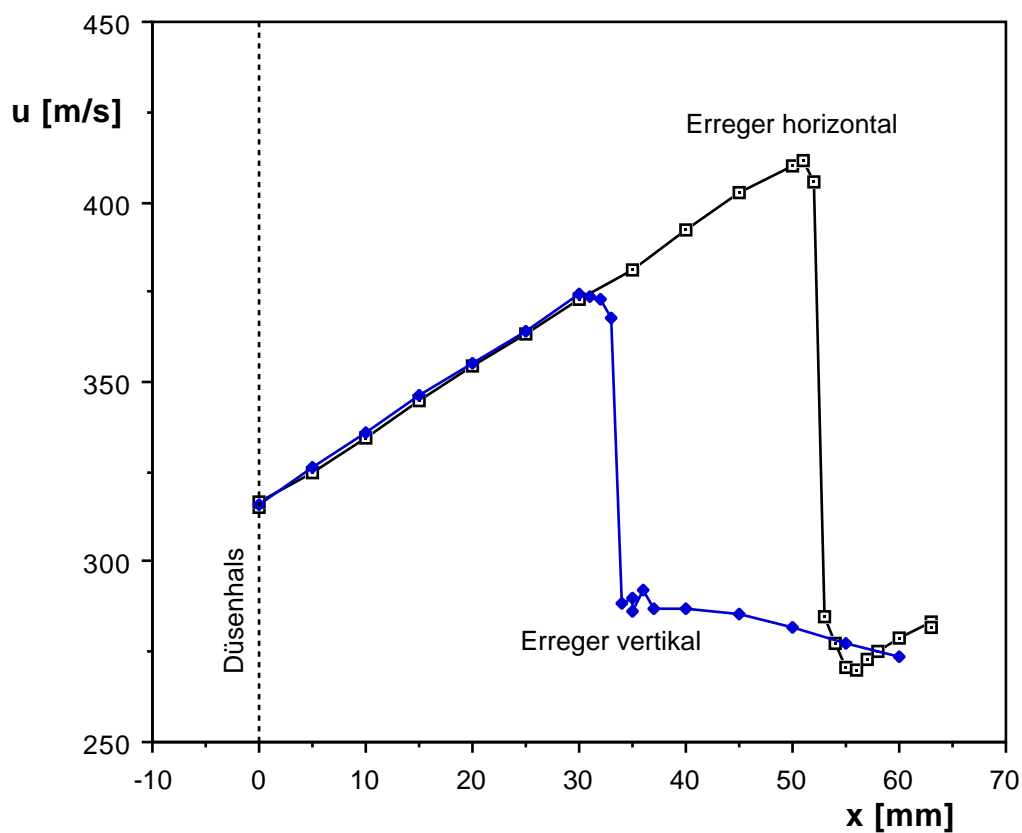


Bild 5.5: Mit dem L2F Verfahren gemessener Geschwindigkeitsverlauf in der Mitte des Kanals (in y-Richtung und in z-Richtung)

Wie aus den oben gezeigten Diagrammen ersichtlich ist, sind die mit den unterschiedlichen Meßmethoden ermittelten Stoßlagen nicht identisch. In der nachfolgenden Tabelle 5.2 werden die unterschiedlichen Stoßlagen zusammengefaßt:

Erregerstellung	$x_{\text{Stoß}}$ [mm]		
	Wanddrücke	Zeilenkamera	Laser 2 Fokus
horizontal	42.0	49.3	53.0
vertikal	22.0	25.8	33.0

Tabelle 5.2: Mit unterschiedlichen Meßmethoden gemessene extreme Stoßlagen

Die daraus resultierenden mittleren Stoßlagen und $\bar{x}_{\text{Stoß}}$ und Stoßverschiebungen $x_{\text{Stoß}}$ sind folgende:

	Wanddrücke	Zeilenkamera	Laser 2 Fokus
$\bar{x}_{\text{Stoß}}$ [mm]	32.0	37.5	33.0
$x_{\text{Stoß}}$ [mm]	20.0	23.5	20.0

Tabelle 5.3: Mit unterschiedlichen Meßmethoden gemessene mittlere Stoßlagen und Stoßverschiebungen

Die Unterschiede in den Stoßlagen und den Amplituden sind zum Teil beträchtlich. Die Gründe dafür können folgende sein:

- Da nicht alle Messungen gleichzeitig durchgeführt werden konnten, sind die Strömungsbedingungen bei den unterschiedlichen Versuchen nicht genau dieselben.
- Die Genauigkeit der einzelnen Meßverfahren sind nicht gleich groß. Die Messungen an den Düsenbacken hat die kleinste Auflösung (nur alle 8 mm eine Druckmeßbohrung). Die Druckmeßlöcher an der Düsenwand liegen in einem Abstand von 2.5 mm voneinander, die Stoßlage kann also schon erheblich genauer bestimmt werden. Am genauesten sind allerdings das Laser-2-Fokus-Meßverfahren und die Messung mit der Zeilenkamera, wo eine Genauigkeit bei der Bestimmung der Stoßlage von unter 0.5 mm vorliegt.
- Die Durchbiegung des Stoßes erklärt die Unterschiede der absoluten Stoßlagen: Gegen die Düsenwände und gegen die Düsenbacken hin liegt der Stoß weiter stromauf als in Kanalmitte. Messungen in Kanalmitte und Messungen an der Kanalwand können daher nicht dieselben Ergebnisse liefern.

Daher war eine Untersuchung der Stoßform dringend geboten. Mit dem Laser 2 Fokus Verfahren (Kapitel 4.3.2) wurde die Stoßform gesucht. Wenn auf dem Stoß

gemessen wird, mißt das System aufgrund des ständigen leichten Zitterns des Stoßes sowohl Strömungszustände vor als auch hinter dem Stoß. Beide Geschwindigkeiten werden daher nach der statistischen Auswertung ausgegeben. Die Lage des Stoßes ist damit sehr genau feststellbar. Durch Abfahren des Gebietes, in dem der Stoß liegt, kann die Stoßform gefunden werden.

Bild 5.6 zeigt die Stoßform in Kanalmitte (z-Richtung) über der Kanalhöhe bei horizontaler Erregerstellung. Der Unterschied zwischen der Stoßlage in Kanalmitte (y-Richtung) und der Stoßlage an den Düsenbacken beträgt 5 mm. Dieser Wert ist die Differenz zwischen dem Punkt in Kanalmitte und dem wandnächsten Punkt, der gerade noch meßbar war.

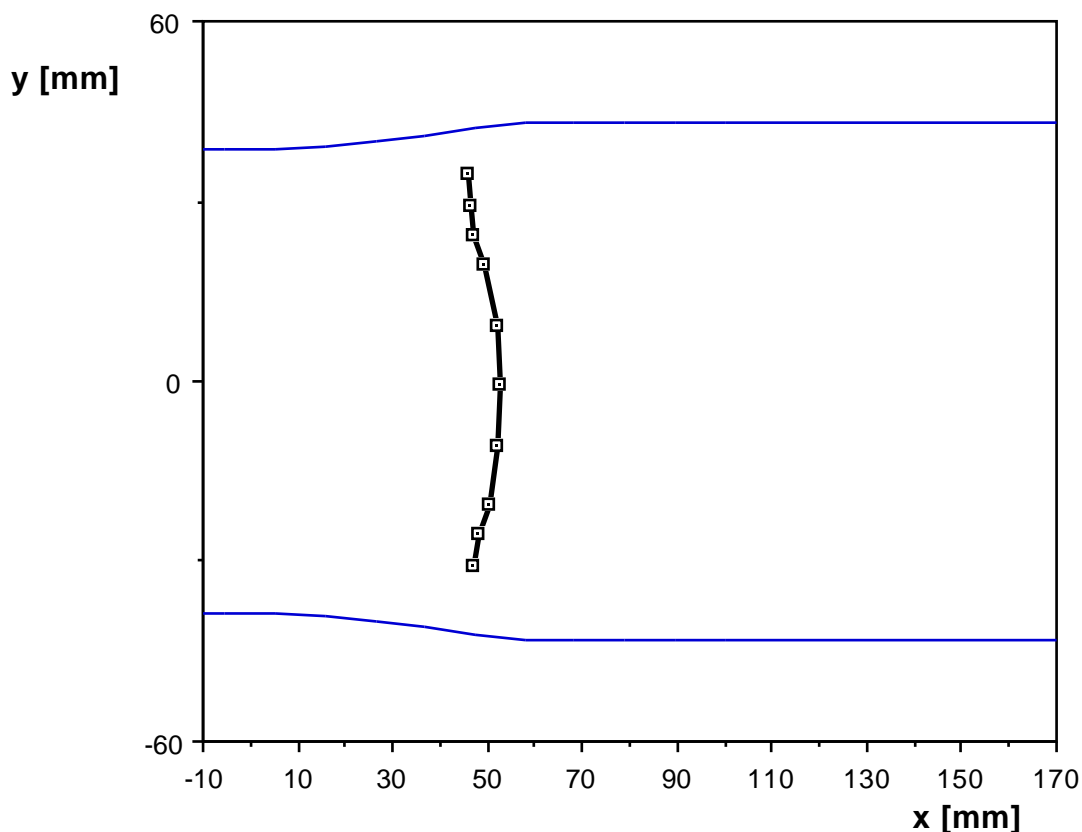


Bild 5.6: Mit dem L2F-Verfahren ermittelte Form des Stoßes über der Kanalhöhe (Erregerstellung horizontal)

Bild 5.7 zeigt die Stoßform in Kanalmitte (y-Richtung) über der Kanalbreite bei

horizontaler Erregerstellung. Der Unterschied zwischen der Stoßlage in Kanalmitte (z-Richtung) und der Stoßlage an den Düsenwänden beträgt 2.5 mm. Dieser Wert ist die Differenz zwischen dem Punkt in Kanalmitte und dem wandnächsten Punkt, der noch meßbar war. Eine Extrapolation bis zur Wand ergäbe auch hier einen noch höheren Wert von bis zu 4 mm.

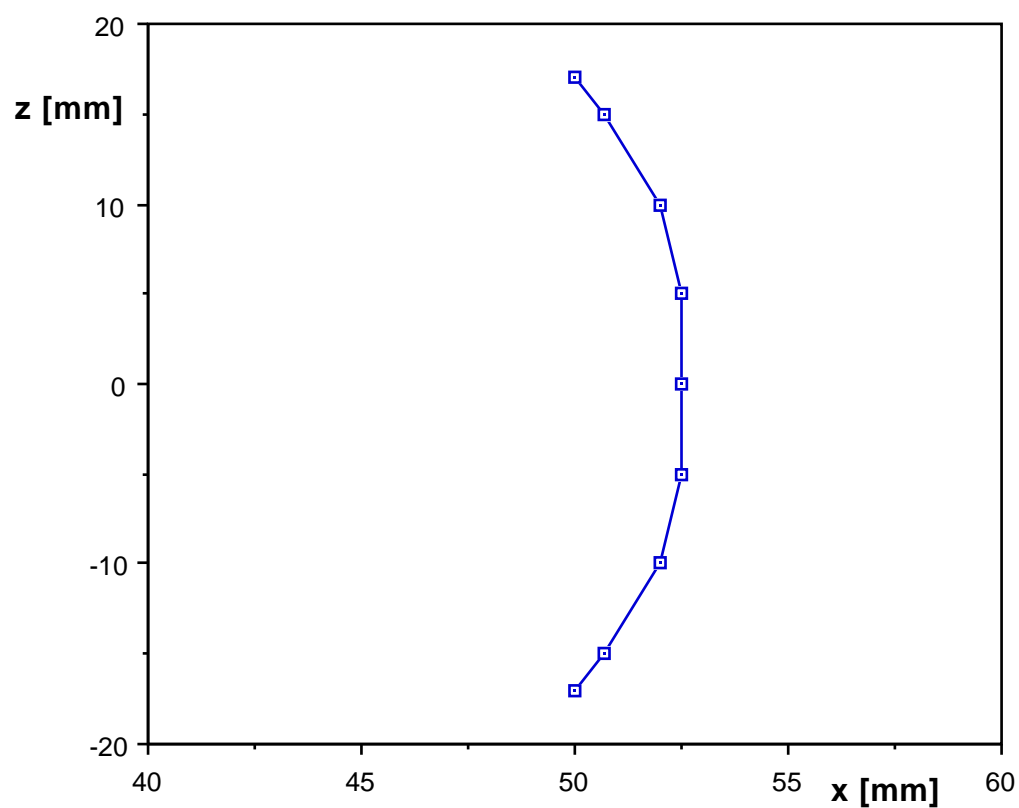


Bild 5.7: Mit dem L2F-Verfahren ermittelte Form des Stoßes über der Kanalbreite (Erregerstellung horizontal)

Mit dem Laser 2 Fokus-Verfahren wurde auch versucht, die Dicke der Grenzschichten sowohl auf den Düsenbacken als auch an den Seitenwänden zu bestimmen. Auf den Düsenbacken ist die Grenzschicht aufgrund der Grenzschichtabschneidung so gering, daß sie mit keinem verwendeten Meßverfahren festgestellt werden konnte. An den Seitenwänden der Düse dagegen liegt eine sehr dicke Grenzschicht vor, wie es die in Bild 5.8 dargestellten Meßergebnisse zeigen. Darin sind

die Grenzschichten an drei Stellen im Kanal dargestellt. Die dabei gemessenen Formen sind repräsentativ für die jeweiligen Strömungszustände:

Die Grenzschicht bei $x=30$ mm ist die Grenzschicht vor dem Stoß. Der Stoß lag bei diesen Messungen in Kanalmitte bei $x=44$ mm. Die Dicke der Grenzschicht an dieser Stelle ($x=30$ mm) beträgt ungefähr 7 mm. Kurz hinter dem Stoß liegt eine Grenzschichtform wie die für $x=45$ mm gezeigte vor. Dabei ist eine gewisse "Übergeschwindigkeit" festzustellen. Der Grund dafür liegt in einer Wechselwirkung zwischen dem Stoß und der Grenzschicht [Bohning, 1982]: Der Stoß schwächt sich bei Annäherung an die Wand ab, die Stoßverluste nehmen daher ab. Dadurch ergibt sich ein Gradient im statischen Druck. Ein Druckgradient bewirkt eine Krümmung der Stromlinien. Da die Strömung aber durch eine gerade Wand geführt wird und nicht abgelenkt werden kann, wird in der Grenzschicht durch eine lokale Nachexpansion das Gleichgewicht hergestellt. Dadurch entsteht direkt hinter dem Stoß eine Zone, in der eine höhere Geschwindigkeit herrscht als in der Strömung außerhalb der Grenzschicht.

Diese Übergeschwindigkeit wird langsam ausgeglichen und bei $x=60$ mm liegt dann die gezeigte Grenzschichtform vor. Selbst wenn die Grenzschichtdicke nicht sonderlich zugenommen zu haben scheint, so hat sich die Grenzschichtverdrängungsdicke * gegenüber vor dem Stoß vergrößert. Eine Abschätzung der Grenzschichtverdrängungsdicken ergibt einen Wert von 1.14 mm an der Stelle $x=30$ (vor dem Stoß), der Wert bei $x=60$ (hinter dem Stoß) beträgt 1.46 mm. Diese Abschätzung ist relativ grob, denn sie setzt einen linearen Verlauf der Grenzschicht zwischen dem wandnächsten Punkt, der noch gemessen werden konnte, und der Wand voraus. Die Erhöhung der Grenzschichtverdrängungsdicke über den Stoß liegt also in der Größenordnung von ungefähr 0.32 mm.

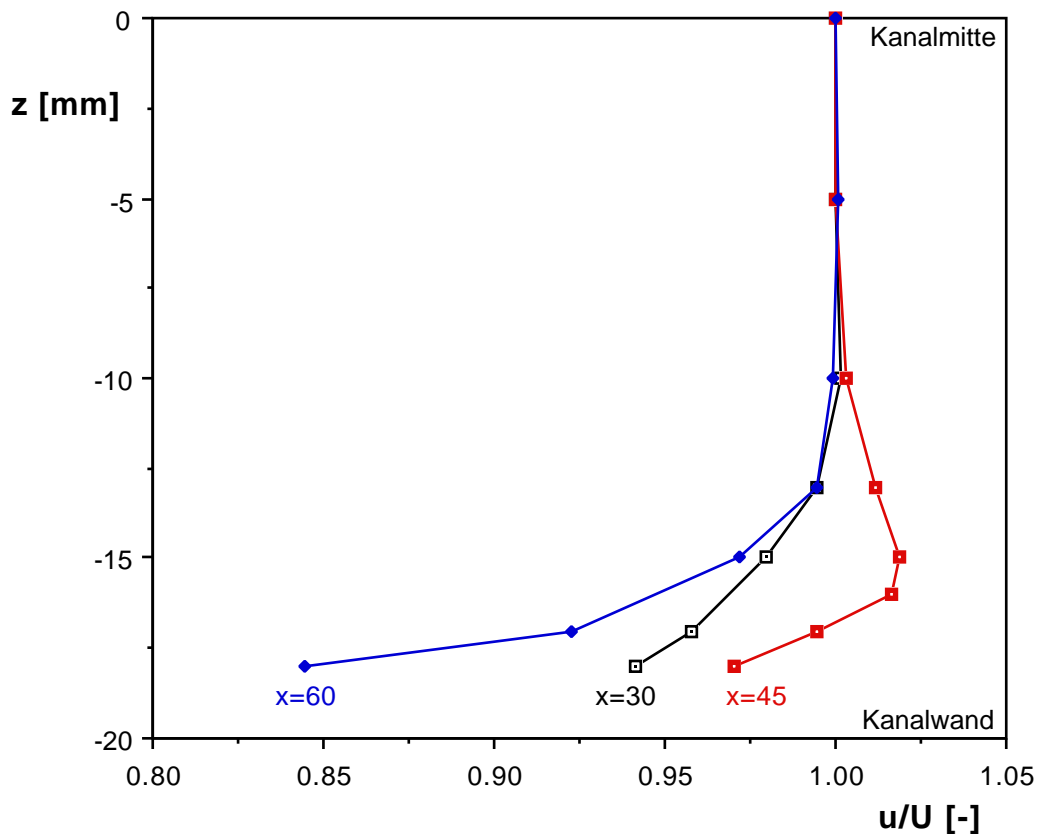


Bild 5.8: Mit dem L2F-Verfahren ermittelte Grenzschichten an der Seitenwand der Düse

Mit Hilfe der holographischen Interferometrie (siehe Kapitel 4.5.2) wurde versucht, die Grenzschichtphänomene in der Nähe des Verdichtungsstoßes sichtbar zu machen. Mit dieser Methode kann allerdings nur die Grenzschicht an den Düsenbacken sichtbar gemacht werden, die aufgrund der angewandten Grenzschichtabschneidung relativ klein ist. Daher können die nun folgenden holographischen Aufnahmen nicht für die erheblich dickere Grenzschicht an den Seitenwänden repräsentativ sein.

Bild 5.9 stellt eine Aufnahme dar, die die Linien gleicher statischer Dichte darstellt. Bei dieser Aufnahme wird zwischen einem Bild mit der Strömung und einem Bild ohne Strömung interferiert. Im Bereich, wo der Stoß auf die Düsenbacke trifft, fächern sich die Isolinien, die im Stoß vereinigt waren, auf. Der Übergang vom

Überschall zum Unterschall tritt also in diesem Bereich weniger brüsk ein als in Kanalmitte.

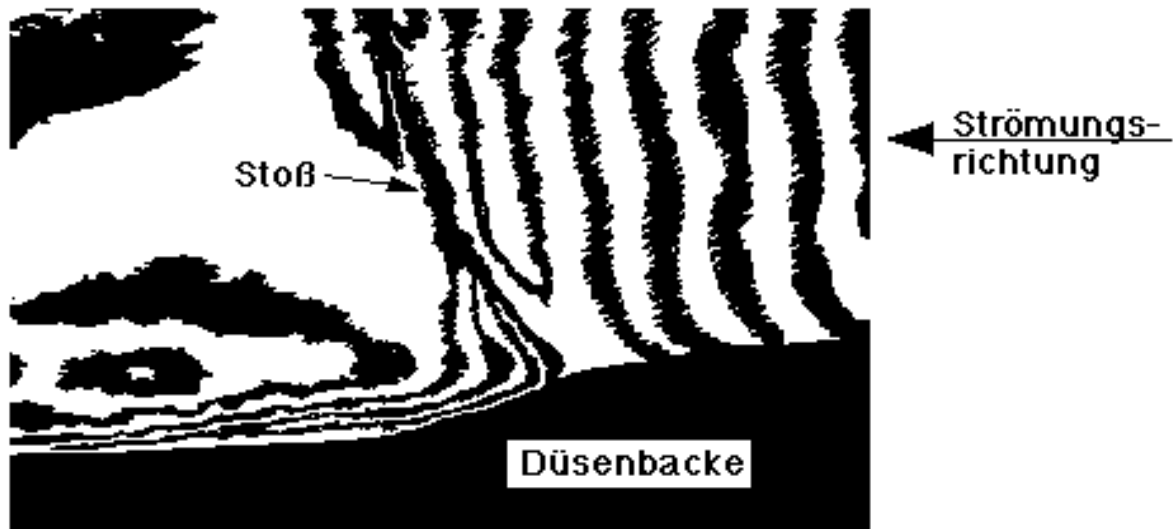


Bild 5.9: Linien konstanter statischer Dichte in der Nähe des Stoßes (Rekonstruktion eines 2D-Hologramms)

Bild 5.10 stellt eine Aufnahme dar, die die Gradienten statischer Dichte sichtbar macht. Bei dieser Aufnahme wird zwischen einem Bild mit der Strömung und einem Bild ohne Strömung interferiert. Zwischen den beiden Aufnahmen wird die Holographische Platte um einen kleinen Betrag gedreht. Dadurch werden für ein homogenes Strömungsfeld künstlich parallele Linien auf dem Hologramm erzeugt. An Stellen mit Dichtegradienten werden diese Linien gebogen.

Dabei zeigen diese Linien die Form des Grenzschichtprofils. Es ist deutlich zu sehen, daß nahe beim Stoß ein gewisser "Geschwindigkeitsgewinn" stattfindet, der dann relativ schnell ausgeglichen wird. Das Geschwindigkeitsprofil nimmt dann wieder eine ähnliche Form an, wie es sie vor dem Stoß hatte. Dasselbe Phänomen des "Geschwindigkeitsgewinns" wurde auch mit dem Laser 2 Fokus-Verfahren an den Seitenwänden festgestellt (Bild 5.8).

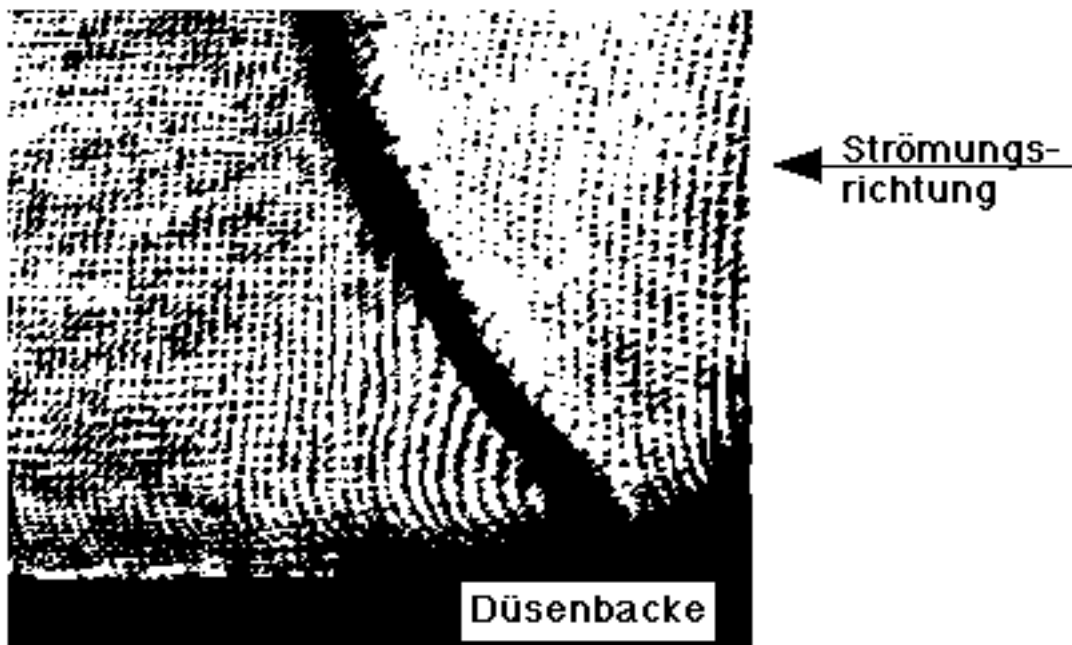


Bild 5.10: Linien mit Gradienten der statischen Dichte in der Nähe des Stoßes
(Rekonstruktion eines 2D-Hologramms)

5.2 Instationäre Messungen

Zur Messung der instationären Phänomene kamen unterschiedliche Meßverfahren zum Einsatz:

Zur Bestimmung der instationären Stoßlagen (insbesondere der Extremlagen der Stöße) wurde sowohl die Zeilenkamera zusammen mit dem Schlierensystem (Kapitel 4.6.1) als auch das Laser 2 Fokus Verfahren (Kapitel 4.6.2) angewendet.

Bei der Messung der instationären Drücke wurden instationäre Druckaufnehmer in die für das Schlierensystem verwendete Spiegelplatte eingesetzt.

Bei einigen Messungen wurde mit Hilfe des L2F-Verfahrens versucht, die instationäre Grenzschicht zu ermitteln.

Die Ergebnisse zweier Meßserien zur Bestimmung der instationären Stoßlagen sind in Tabelle 5.4 und 5.5 festgehalten. Angegeben sind jeweils die Frequenz, die extremen Stoßlagen und die daraus bestimmten Stoßmittellagen und Stoßamplitu-

den. Tabelle 5.4 enthält die Ergebnisse, die mit der Zeilenkamera ermittelt wurden, Tabelle 5.5 diejenigen mit dem L2F-Verfahren.

Frequenz [Hz]	Extremlage 1 [mm]	Extremlage 2 [mm]	Mittellage [mm]	Amplitude [mm]
0	49.3	25.8	37.5	11.7
20	47.4	26.8	37.1	10.3
40	45.4	28.5	36.9	8.4
68	45.4	29.4	37.4	8.0
80	45.0	30.3	37.7	7.3
100	44.0	31.1	37.5	6.4
120	43.7	31.9	37.8	5.3
140	42.9	32.9	37.9	5.0
160	42.2	32.9	37.5	4.7
180	42.3	33.8	38.0	4.2

Tabelle 5.4: Mit der Zeilenkamera ermittelte instationäre Stoßlagen

Frequenz [Hz]	Extremlage 1 [mm]	Extremlage 2 [mm]	Mittellage [mm]	Amplitude [mm]
0	52.0	32.5	42.2	9.2
20	51.5	34.0	42.8	8.8
36	51.0	35.5	43.2	7.8
73	49.0	35.5	42.2	6.8
100	48.5	36.0	42.2	6.2
120	48.0	37.0	42.5	5.5
140	47.0	37.0	42.0	5.0
160	47.0	38.5	42.8	4.2
180	46.0	39.0	42.5	3.5

Tabelle 5.5: Mit dem L2F-Verfahren ermittelte instationäre Stoßlagen

Die Bilder 5.11 und 5.12 zeigen den Vergleich der beiden Meßserien. In Bild 5.11 sind die Extremlagen als Funktion der Erregungsfrequenz eingezeichnet, sowie die Mittellagen, die aus den beiden gefundenen Punkten berechnet wurden. Bild 5.12 stellt die Stoßamplituden über der Erregungsfrequenz dar.

Die beiden Bilder zeigen, daß die Stoßlagen bei den unterschiedlichen Versuchen nicht dieselben sind. Der Unterschied liegt in den leicht unterschiedlichen Strömungsverhältnissen, die die mittlere Lage des Stoßes in Strömungsrichtung verschiebt. Da der Kanal divergent ist, wirkt sich eine unterschiedliche mittlere Lage bei gleicher Störung auch in der Stoßamplitude aus.

Beide Meßverfahren zeigen übereinstimmend, daß die mittlere Stoßlage unabhängig von der Erregungsfrequenz an derselben Stelle bleiben. Dies gilt für die hier untersuchte Geometrie unter den hier untersuchten Strömungsbedingungen. Die allgemeine Gültigkeit müßte mit anderen Düsengeometrien und anderen Strömungszuständen gezeigt werden. Die Frage nach der instationären Mittellage des Stoßes war aufgetaucht, als Rechnungen mit Programmen nach der Methode der kleinen Störungen [Adamson, Liou; 1977] eine von der stationären Stoßlage abweichende instationäre Stoßlage ergaben.

Die Stoßamplitude nimmt erwartungsgemäß mit zunehmender Erregungsfrequenz ab.

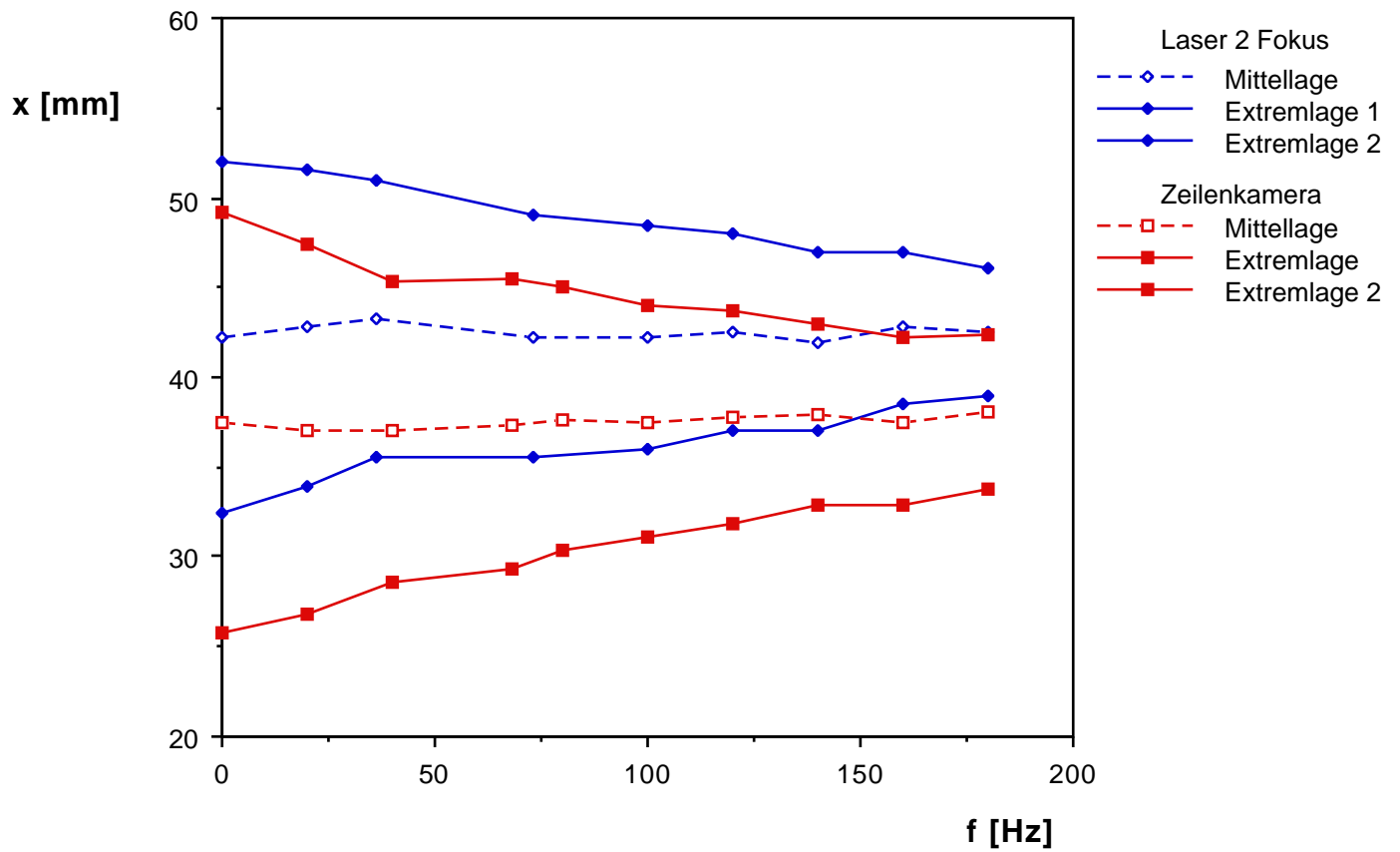


Bild 5.11: Mit unterschiedlichen Meßverfahren gemessene instationäre Stoßlagen

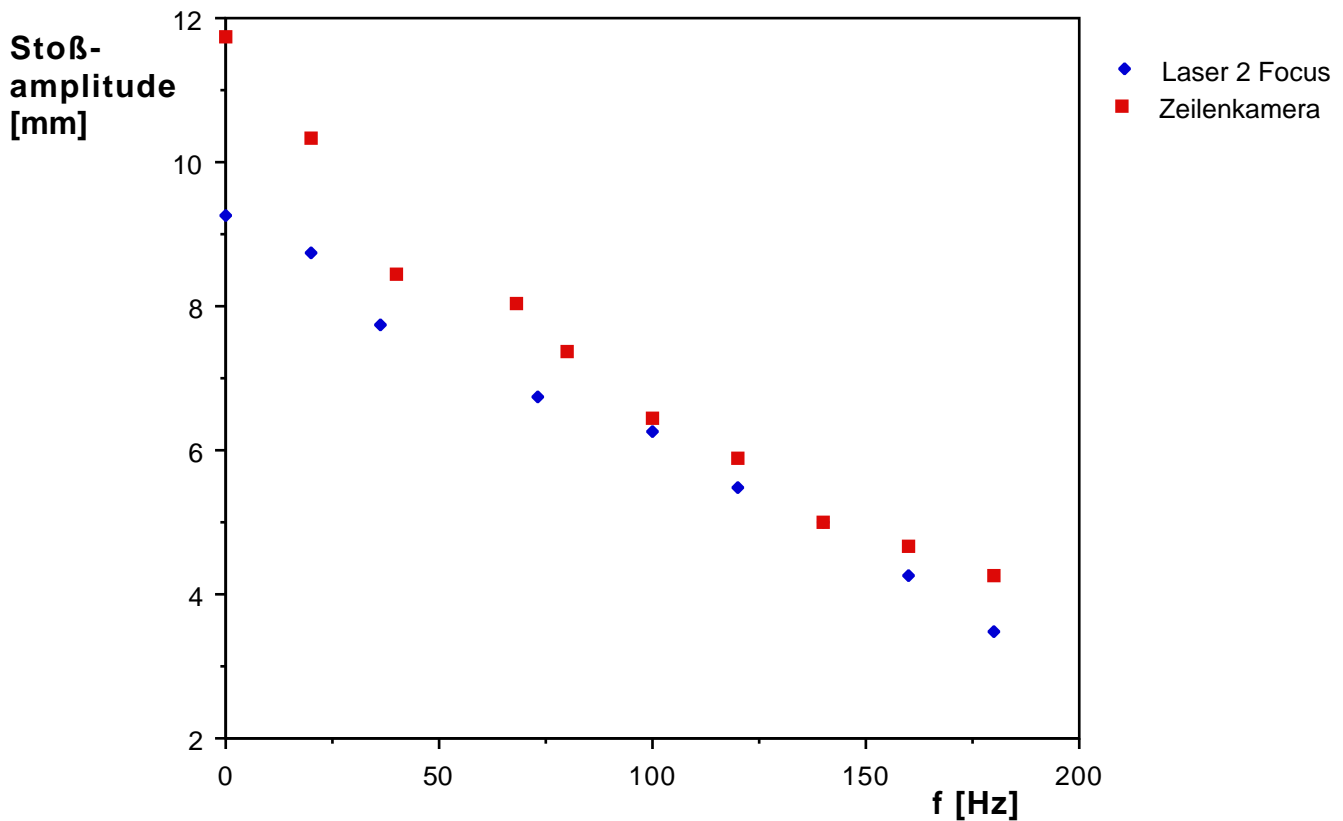


Bild 5.12: Mit unterschiedlichen Meßverfahren gemessene instationäre Stoßamplituden

Eine der ersten Untersuchungen, die mit den instationären Druckaufnehmern vorgenommen wurden, dienten zur Beantwortung der Frage, ob die Druckwelle als gerade Welle oder als kugelförmige Welle in der Meßzone eintrifft. Am Erreger selbst ist die Welle sicherlich eine kugelförmige Welle, auf dem langen Weg bis in die Meßzone könnte sie sich jedoch mit zunehmendem Radius in eine gerade Wellenfront ausbilden. Zu diesem Zweck wurden mehrere Druckaufnehmer auf einer Linie senkrecht zur Strömungsrichtung an der Stelle p8 (siehe Bild 5.13) eingebaut und Messungen vorgenommen. Es wurden keine nennenswerten Phasenverschiebungen zwischen den Signalen festgestellt und daher wurde der Schluß gezogen, daß eine gerade Wellenfront vorliegt.

Bei den nachfolgenden Messungen wurden die instationären Druckaufnehmer an den in Bild 5.13 gezeigten Positionen angebracht.

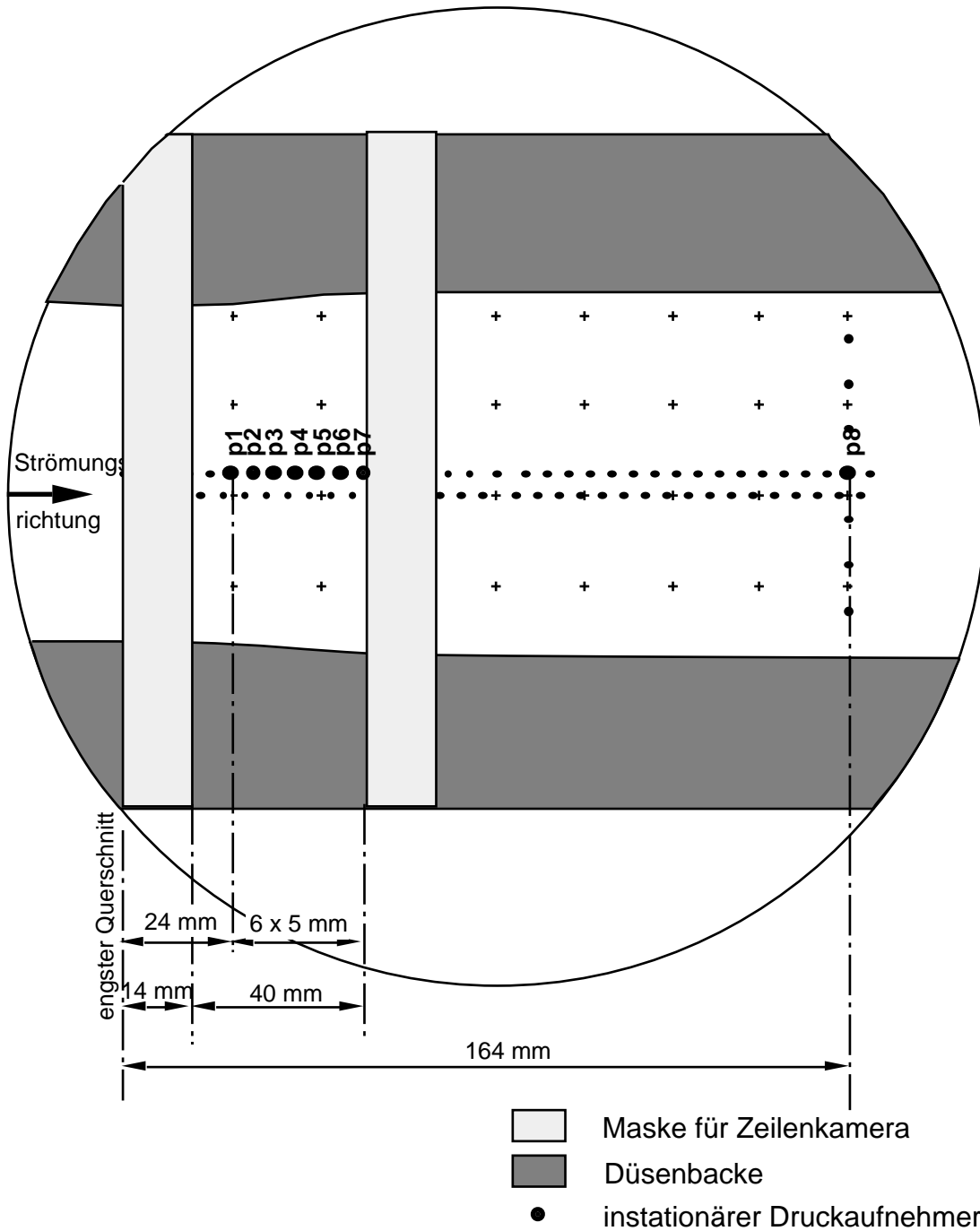


Bild 5.13: Lage der instationären Druckaufnehmer bezüglich der Düse während der Messungen

Tabelle 5.6 listet die verschiedenen Druckaufnehmer und ihre Lage in der Düse auf. Die Stelle $x = 0$ mm liegt dabei im engsten Querschnitt. Außerdem ist die

geeichte Empfindlichkeit der Druckaufnehmer angegeben. Diese Empfindlichkeiten gelten für die gesamte Regelkette mit der verwendeten Speisespannung.

Name	Serien- Nummer	Lage [mm]	Empfindlichkeit [mV/bar]
p1	92WB	24	49.09
p2	84WC	29	49.13
p3	66PM	34	31.94
p4	09PN	39	51.58
p5	91WB	44	51.84
p6	17NF	49	34.67
p7	88PM	54	31.70
p8	97WB	164	40.38

Tabelle 5.6: Lage der instationären Druckaufnehmer bezüglich der Düse während der Messungen

Die gemessenen instationären Drücke werden in den nachfolgenden Bildern jeweils für eine Erregungsperiode folgendermaßen dargestellt:

- Eine Darstellung für einen Druckaufnehmer, also für eine bestimmte Stelle in der Düse in Abhängigkeit von der Erregungsfrequenz. Diese Darstellung ermöglicht die Kenntnis der Entwicklung bei unterschiedlichen Erregungsfrequenzen an einem festen Ort.
- Eine Darstellung für alle gemessenen Druckaufnehmer für eine bestimmte Erregungsfrequenz. Diese Darstellung erlaubt die Analyse der Entwicklung entlang der Düse.

Dargestellt wird jeweils nur der instationäre Anteil des gemessenen Druckes.

Als erstes werden die Messungen der instationären Drücke mit dem Druckaufnehmer p8 für unterschiedliche Erregungsfrequenzen vorgestellt. Diese fluktuierenden Drücke dienen bei den Rechnungen als Eingabe. Ihr Wert verursacht die Variation der Stoßlage. Bild 5.14 stellt diese Drücke für jeweils eine Erregungsperiode dar. Der Zeitpunkt $t-f = 0$ ist dabei der Moment des Impulses, den der induktive Aufnehmer des Drehzahlmessers vom drehenden Erreger empfängt.

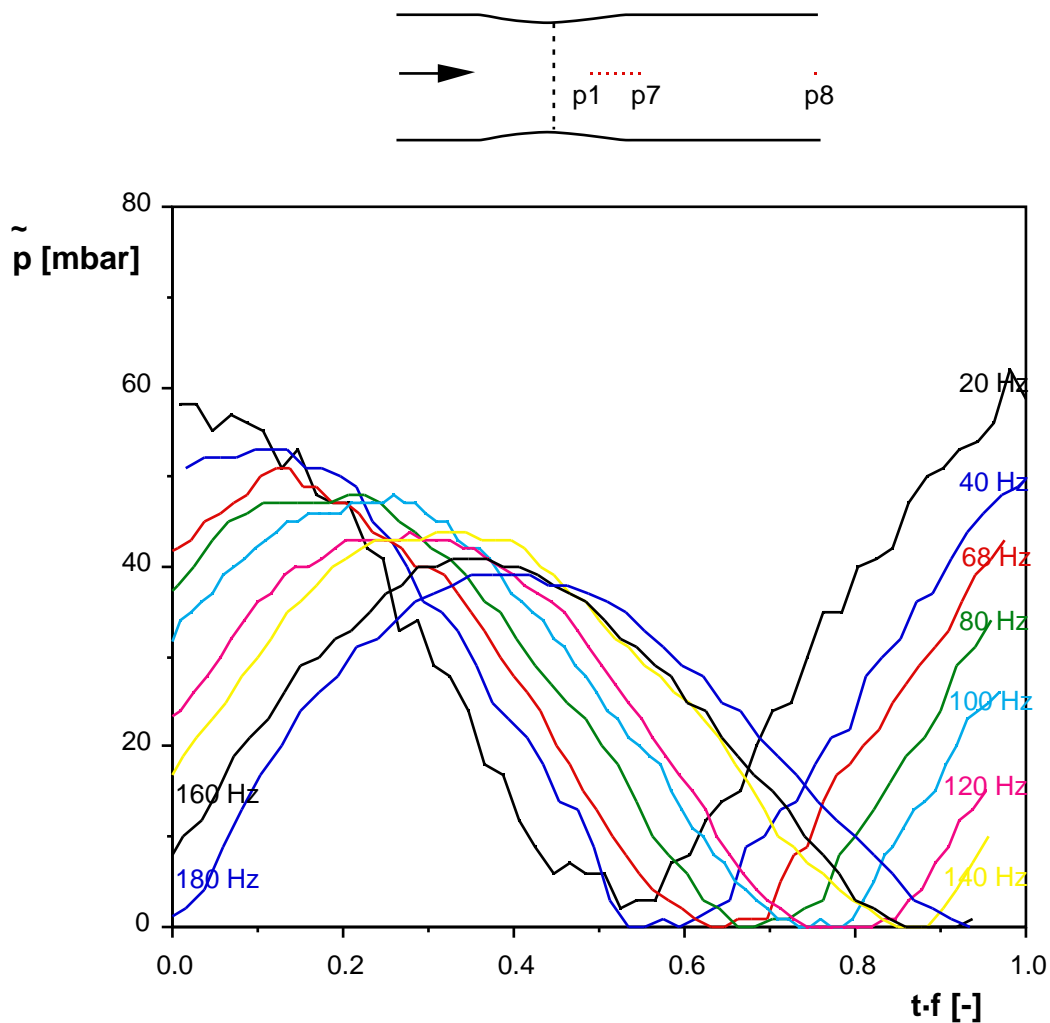


Bild 5.14: Gemessene instationäre Drücke an der Stelle p8

Dieses Bild zeigt deutlich, daß die Amplitude der Druckschwankungen mit zunehmender Frequenz abnimmt. Ebenfalls ist eine von der Frequenz abhängige Phasenverschiebung gegenüber dem Erregersignal festzustellen.

Bild 5.15 stellt die instationären Drücke an der Stelle p4 dar. Der Stoß läuft für alle gemessenen Frequenzen über diese Stelle hinweg. Der Druckaufnehmer liegt ungefähr die Hälfte einer Periode in der nichtlinearisierten vor dem Stoß, die andere Hälfte der Periode liegt er in der nichtlinearisierten hinter dem Stoß. Bemerkenswert ist dabei die Größe der Druckschwankungen, die ein Vielfaches dessen sind, was in der Abströmung gemessen wurde (Druckaufnehmer p8, Bild 5.14). Auch an dieser Stelle tritt eine zunehmende Phasenverschiebung gegenüber dem Erregersignal bei zunehmender Frequenz auf.

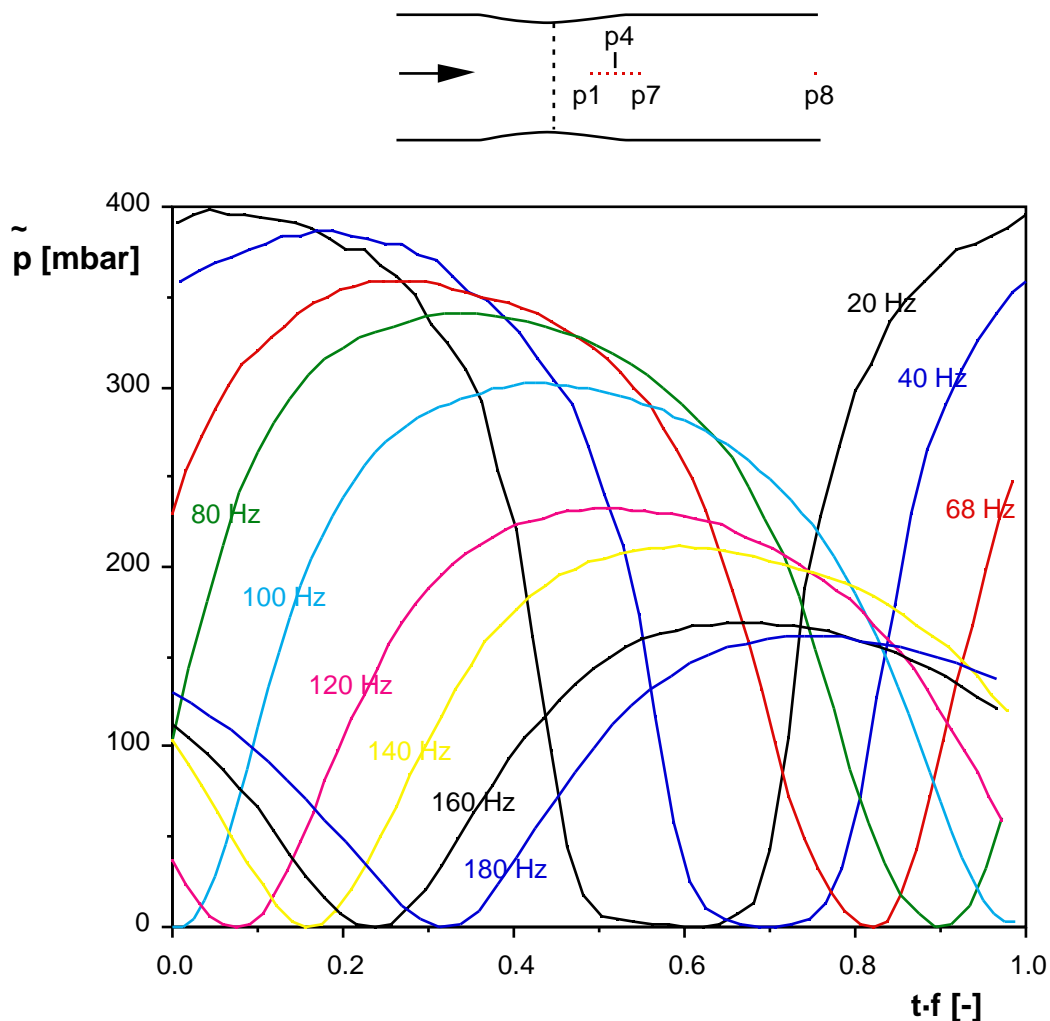


Bild 5.15: Gemessene instationäre Drücke an der Stelle p4

Die Druckamplitude nimmt mit zunehmender Erregungsfrequenz stark ab. Dies ist eigentlich nicht einzusehen, da hier immer an derselben Stelle gemessen wird und der Stoß daher an dieser Stelle immer ungefähr dieselbe Stärke besitzen sollte. Eine Erklärung hierfür dürfte im unterschiedlichen Verlauf des statischen Druckes in Kanalmitte und an der Kanalwand bei vorhandener Grenzschicht liegen. Bild 5.16 veranschaulicht dies für zwei unterschiedliche Erregungsfrequenzen. Der Stoß spaltet sich in Wandnähe in Kompressionswellen auf. Daher ist in Wandnähe kein plötzlicher Drucksprung wie in Kanalmitte zu messen. Wenn nun die Erregungsfrequenz erhöht wird, so wird die Amplitude der Stoßbewegung kleiner. In diesem Falle mißt der Druckaufnehmer nicht mehr den gesamten Drucksprung über den Stoß hinweg, sondern nur noch einen Teil entsprechend des Druckverlaufes an der Kanalwand.

Die Dimension der Übergangszone zwischen niedrigem Druck vor dem Stoß und

hohem Druck hinter dem Stoß kann mehrere Grenzschichtdicken betragen [Bohning, 1982]. Bei diesen Messungen waren die Druckaufnehmer an der Seitenwand eingebaut, an der eine bedeutende Grenzschicht festgestellt wurde (ca. 10 mm). Die Stoßamplitude lag bei den gemessenen Frequenzen zwischen 11.7 mm und 4.2 mm. Diese Dimensionen lassen den Schluß zu, daß diese Erklärung für die Abnahme der Druckamplitude bei zunehmender Erregungsfrequenz richtig ist.

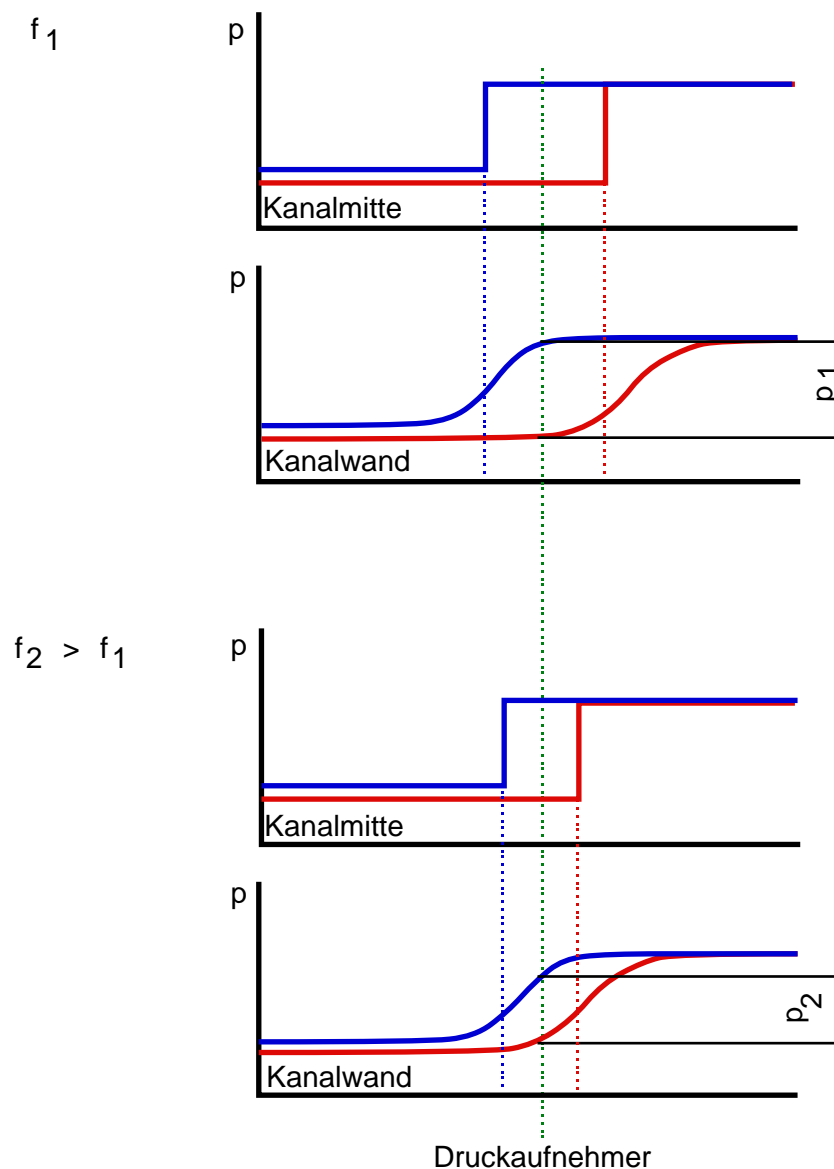


Bild 5.16: Vergleich des Druckverlaufs über einen Stoß in Kanalmitte und an der Kanalwand für zwei unterschiedliche Frequenzen

Bild 5.17 stellt die instationären Drücke an der Stelle p_1 dar. Der Stoß läuft nie über

diese Stelle hinweg, der Druckaufnehmer liegt ständig vor dem Stoß in der Überschallströmung. Bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz liegt der Stoß während eines sehr kurzen Moments relativ dicht bei diesem Druckaufnehmer. Je höher die Frequenz ansteigt, umso weiter ist der Stoß von diesem Meßpunkt entfernt. Daher ist es logisch, daß die Druckamplitude mit zunehmender Erregungsfrequenz rasch abnimmt. Bemerkenswert ist dennoch, daß der Druckaufnehmer das Signal einer stromabwärts ausgehenden Druckstörung empfängt, obwohl er in einer Überschallströmung liegt. Dieses Phänomen ist auf die relativ dicke Grenzschicht an den Seitenwänden der Düse zurückzuführen.

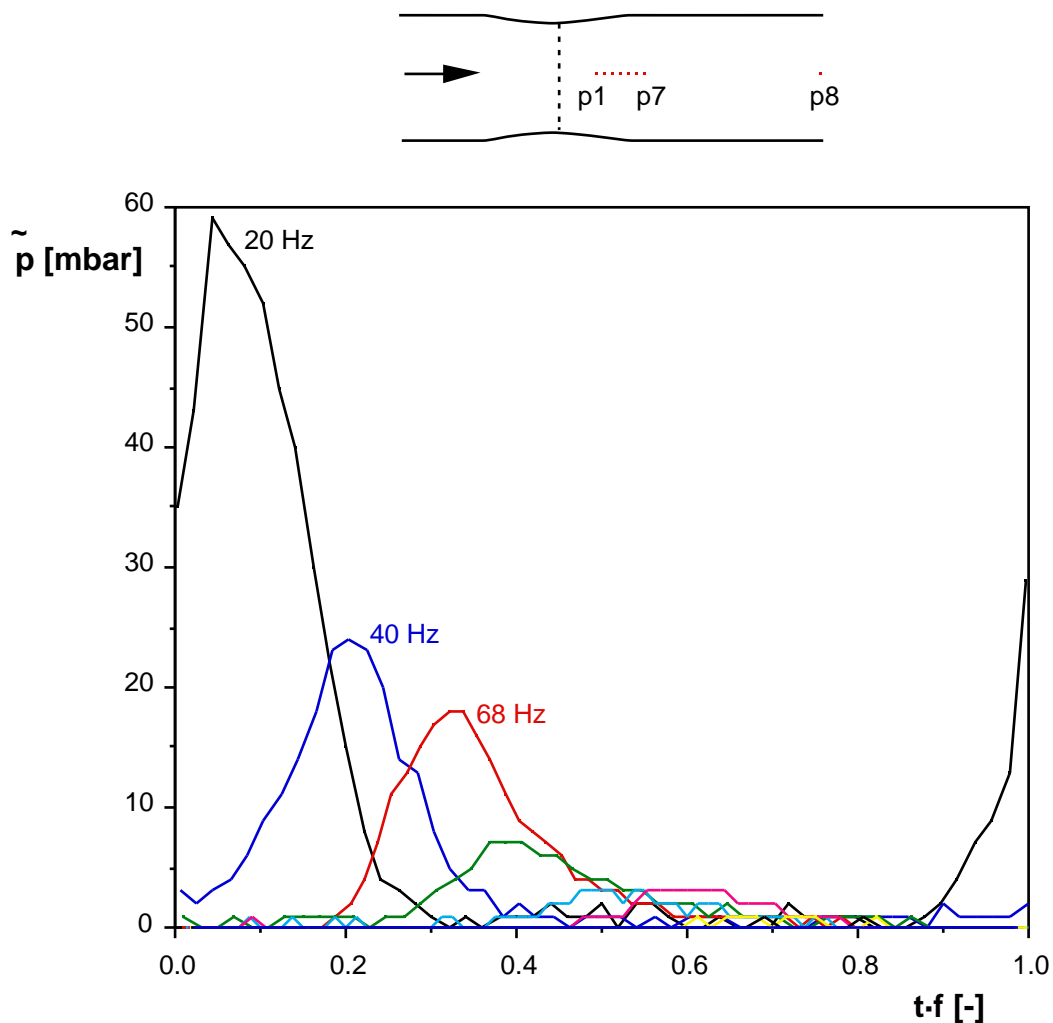


Bild 5.17: Gemessene instationäre Drücke an der Stelle p1

Die Darstellung aller gemessenen instationären Drücke für jeweils eine Erregungsfrequenz wird in den folgenden Diagrammen vorgenommen. Es wird jeweils für

eine Erregungsperiode der instationäre Anteil des Druckes gezeigt. Für alle Diagramme wird derselbe Maßstab beibehalten, um einen optischen Eindruck von der Größe der Signale zu geben.

Bild 5.18 zeigt die instationären Drücke für die kleinste gemessene Erregungsfrequenz (20 Hz). Die mittlere Stoßlage liegt zwischen den Druckaufnehmern p3 und p4. Dies sind auch die Druckaufnehmer, die die größte Druckschwankung messen. Der Stoß überfährt die Lagen der Druckaufnehmer p2 bis p5. Auch die anderen Druckaufnehmer nehmen ein Signal wahr, das aber erheblich kleiner ist als die Druckschwankungen von p4.

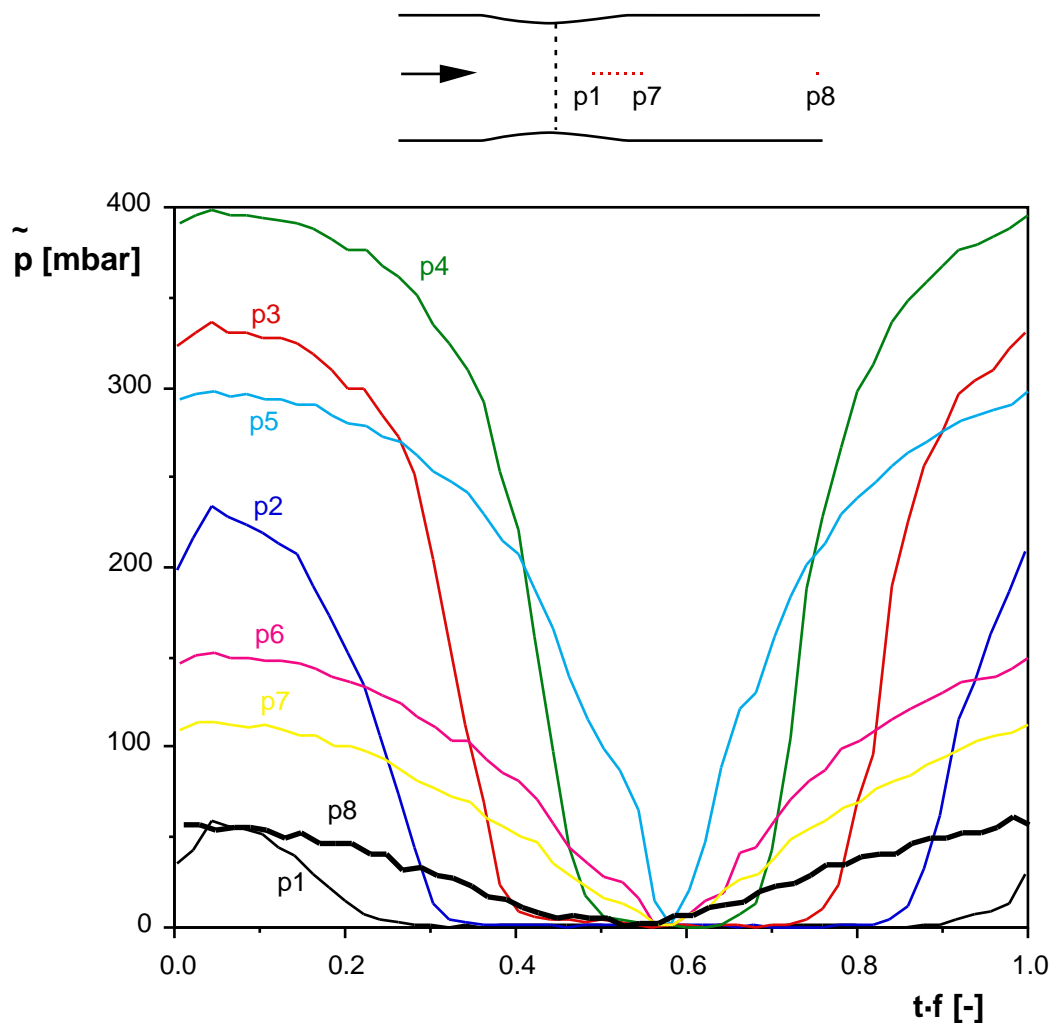


Bild 5.18: Gemessene instationäre Drücke bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz

Im nachfolgenden Bild 5.19 werden nun die Signale für eine Erregungsfrequenz von 80 Hz vorgestellt. In diesem Falle überfährt der Stoß die Druckaufnehmer p3

bis p5. Der Stoß kommt bis relativ dicht an den Druckaufnehmer p2 heran. Bemerkenswert ist, daß der Druck p1, der bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz noch ein Signal in der Größenordnung des Erregungssignals p8 hatte, nun kein nennenswertes Signal mehr aufzuweisen hat.

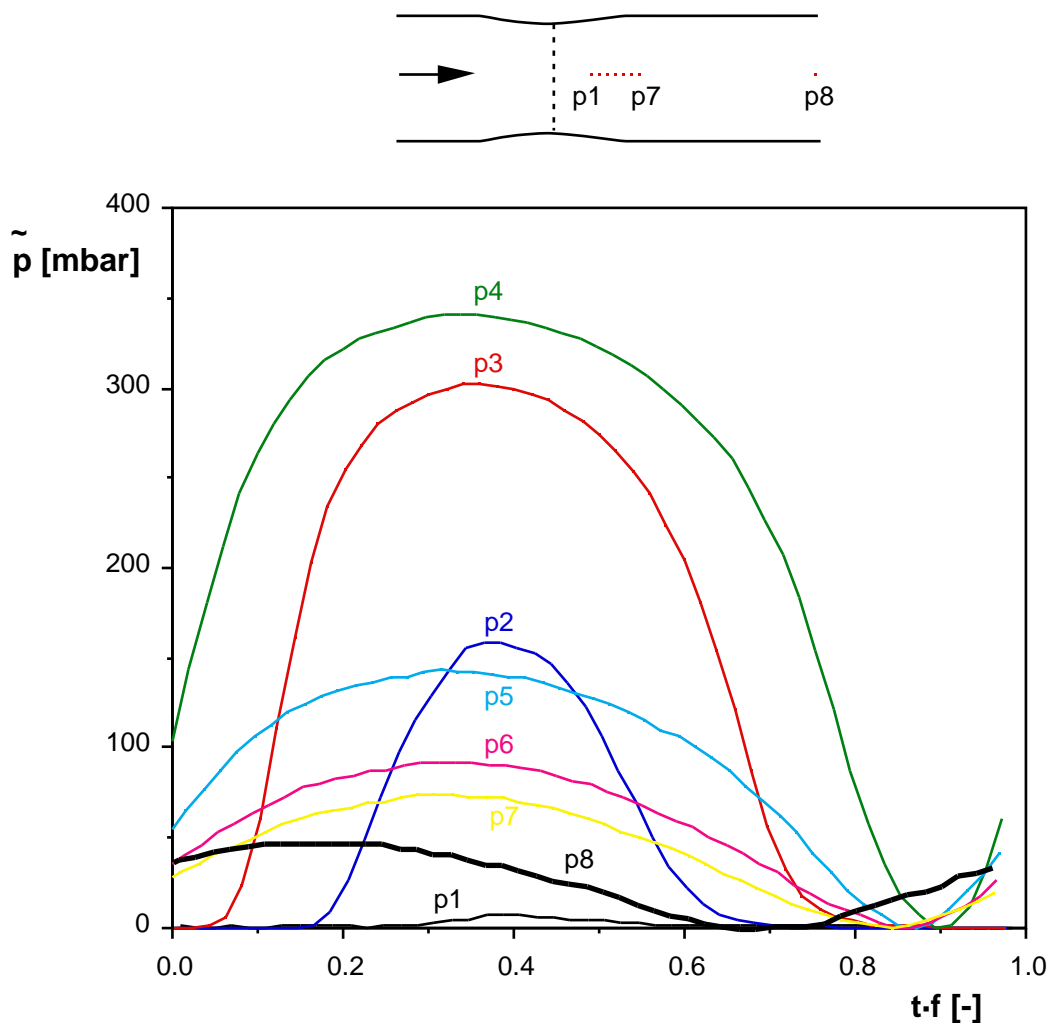


Bild 5.19: Gemessene instationäre Drücke bei einer Erregungsfrequenz von 80 Hz

Bild 5.20 stellt schließlich die instationären Drücke bei der höchsten gemessenen Erregungsfrequenz von 180 Hz vor. In diesem Fall schwingt der Stoß nur über die Druckaufnehmer p3 und p4.

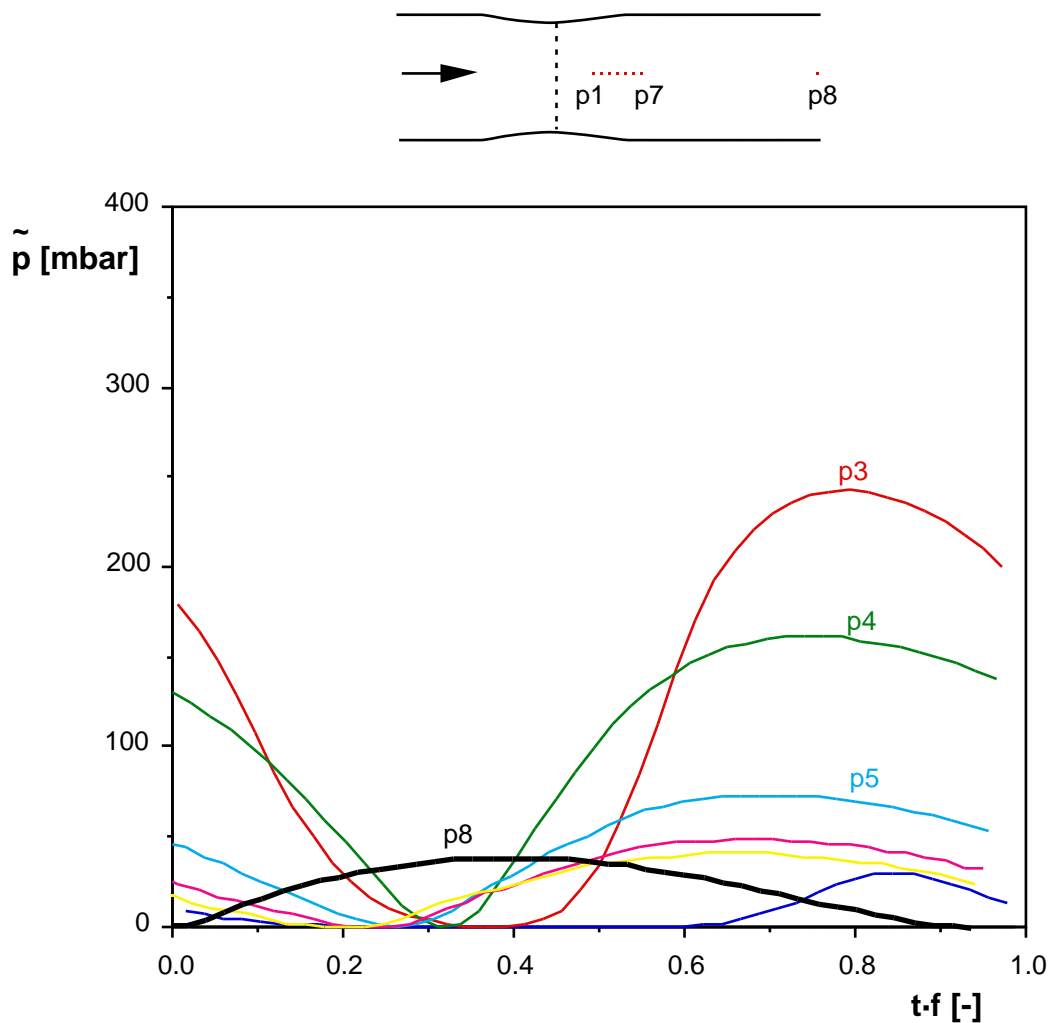


Bild 5.20: Gemessene instationäre Drücke bei einer Erregungsfrequenz von 180 Hz

In den nachfolgenden Bildern 5.21 bis 5.23 werden die instationären Drücke mit der instationären Stoßposition in Zusammenhang gebracht. Es werden auch hier die Bilder für die Erregungsfrequenzen 20 Hz, 80 Hz und 180 Hz vorgestellt. Die Stoßposition wird durch die einzelnen digitalisierten Stoßpositionen aus den Messungen mit der Zeilenkamera, sowie die mit einem Sinus angenäherten Kurve des zeitlichen Stoßverlaufes für eine Periode gezeigt. Bei den instationären Drücken wurde der statische Anteil zu den gemessenen instationären Drücken addiert. Aus dieser Darstellung kann entnommen werden, wann ein Druckaufnehmer beginnt, ein Signal zu sehen, und wo zu diesem Zeitpunkt der Stoß steht.

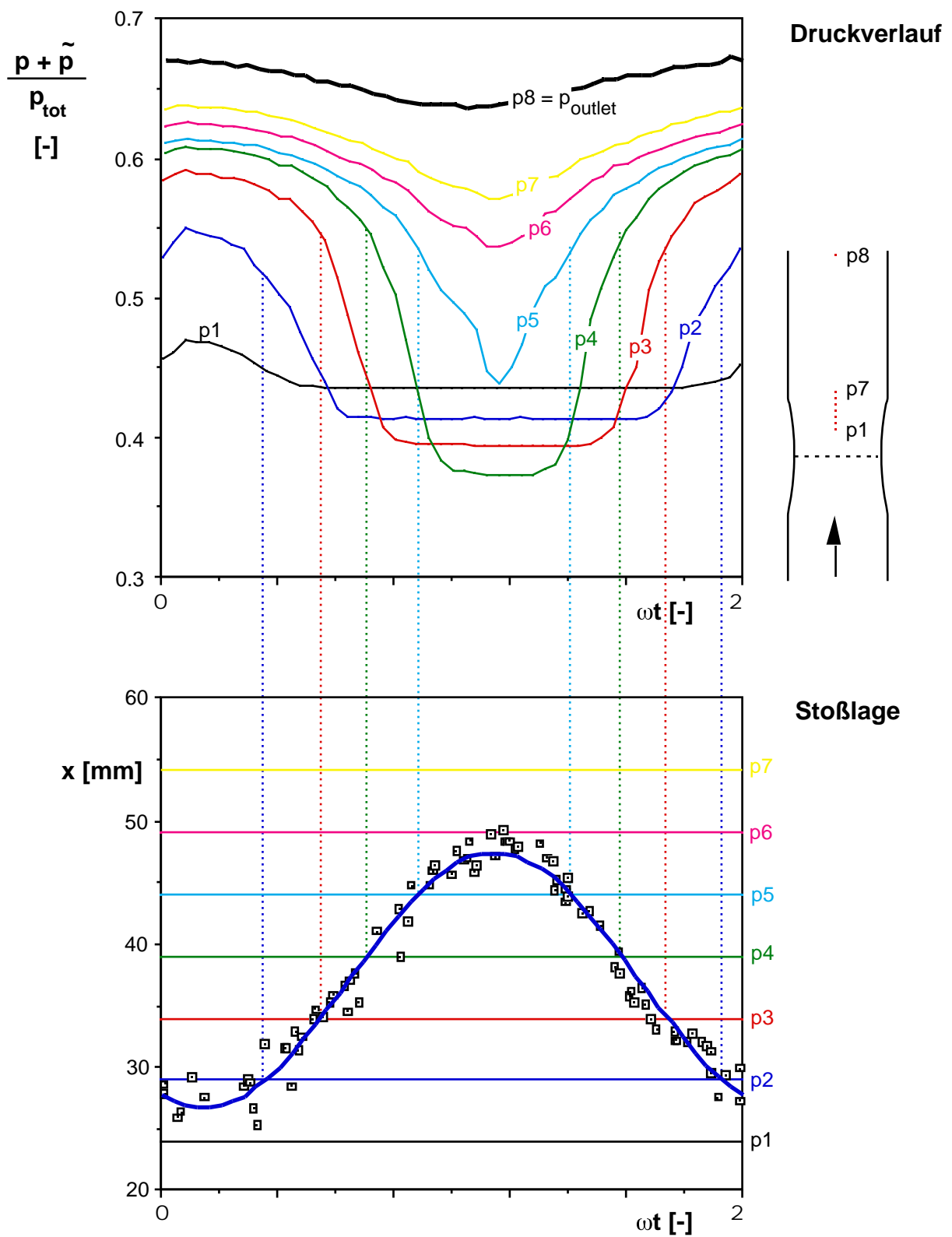


Bild 5.21: Zusammenhang zwischen Stoßposition und den instationären Drücken bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz

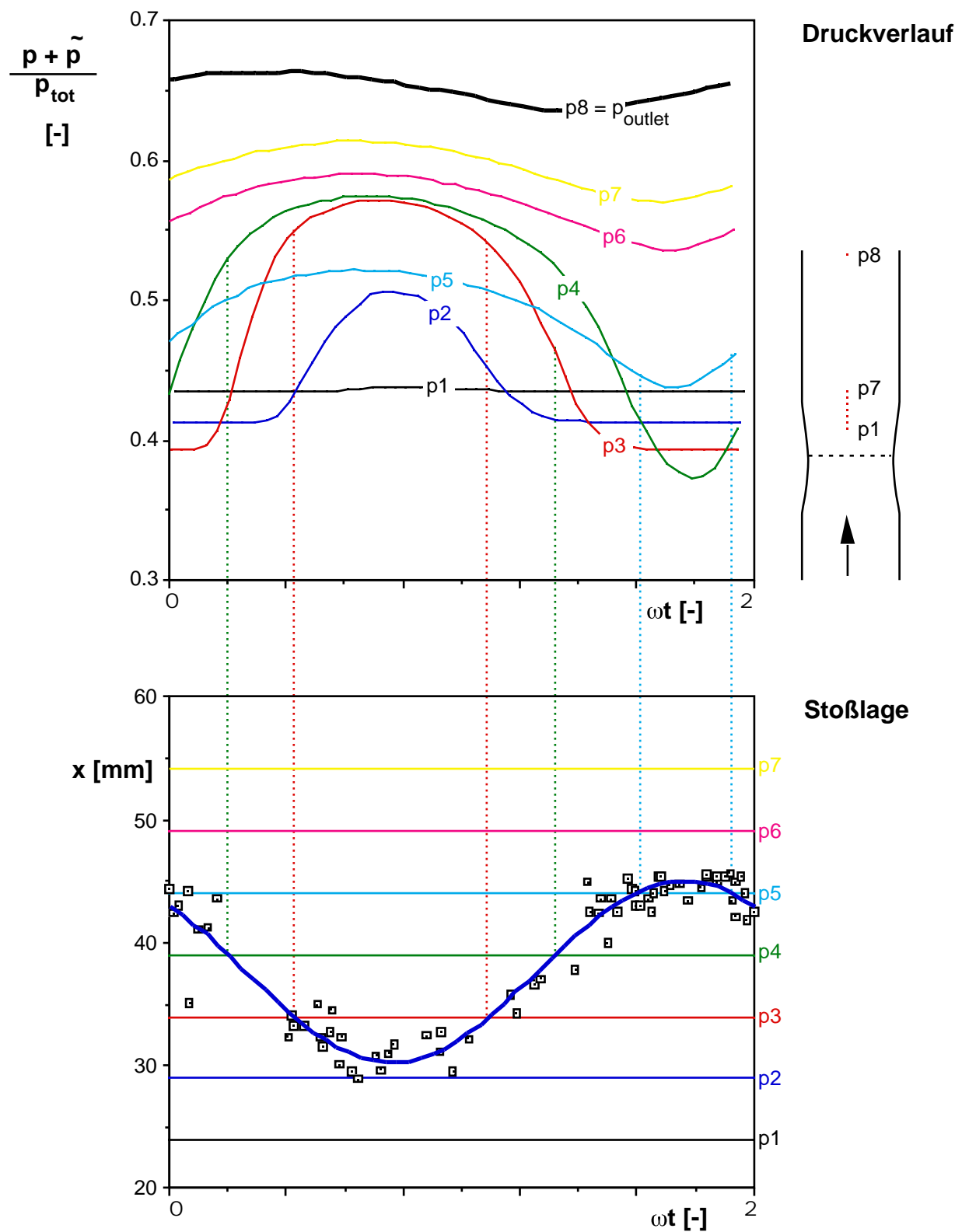


Bild 5.22: Zusammenhang zwischen Stoßposition und den instationären Drücken bei einer Erregungsfrequenz von 80 Hz

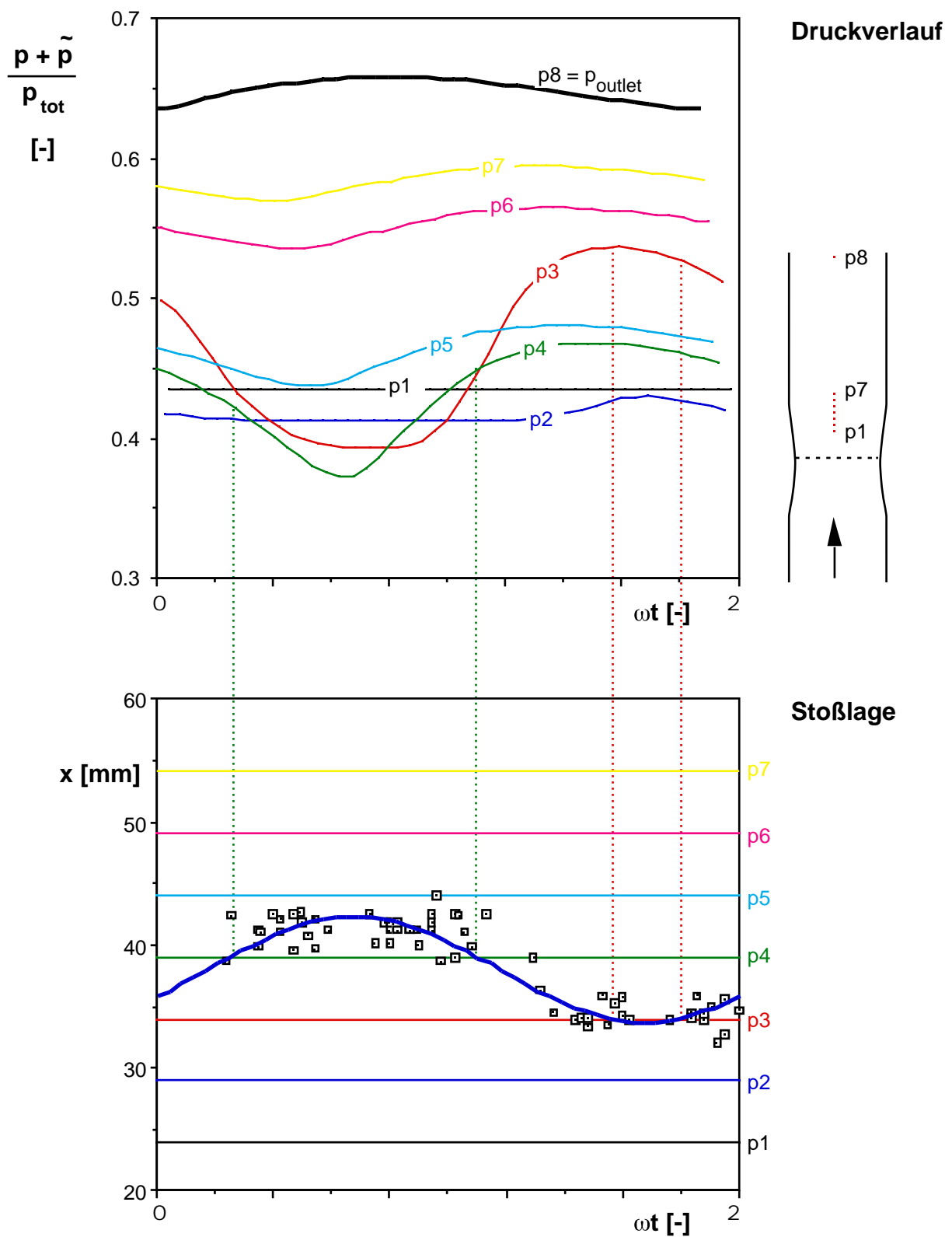


Bild 5.23: Zusammenhang zwischen Stoßposition und den instationären Drücken bei einer Erregungsfrequenz von 180 Hz

In diesen Bildern ist zu sehen, daß die Druckaufnehmer bereits ziemlich lange bevor der Stoß an ihrer Lager vorbeikommt einen ansteigenden bzw. abfallenden Druck signalisieren. Diese Information erhalten die Druckaufnehmer durch die Grenzschicht an der Seitenwand. Diese ist auch dafür verantwortlich, daß Druckaufnehmer, die ständig in einem Gebiet mit Überschallströmung liegen (z.B. Druckaufnehmer p2 bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz in Bild 5.21), ein Signal erhalten, das eine größere Amplitude hat als der schwankende Druck in der Abströmung ($p_8 \triangleq p_{\text{outlet}}$).

Ein Vergleich der Maxima der Stoßlage und der Druckverläufe zeigt, daß diese Maxima zum selben Zeitpunkt erreicht werden. Das heißt, daß es keine Phasenverschiebung zwischen der Stoßbewegung und dem Druckverlauf gibt. Dies bedeutet, daß die Grenzschicht im Bezug auf die Phasenlage als quasi-stationär betrachtet werden kann. Im Bezug auf die Druckamplitude ist dies allerdings nicht der Fall (Bild 5.16).

Mit zunehmender Erregungsfrequenz zeigen sich Unterschiede in den Steigungen der Flanken zwischen ansteigendem und abfallendem Druck. Diese Unterschiede dürften auf die Geschwindigkeit des Stoßes zurückzuführen sein. Wenn sich der Stoß stromauf verschiebt, erhöht sich die Relativgeschwindigkeit am Übergang zwischen Überschallgeschwindigkeit auf Unterschallgeschwindigkeit, bei der Verschiebung stromab verringert sie sich entsprechend. Obwohl die Beträge der Stoßgeschwindigkeit im Vergleich zur Strömungsgeschwindigkeit gering sind (bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz beträgt die maximale Stoßgeschwindigkeit 1.3 m/s, bei 180 Hz beträgt sie 5.1 m/s), reichen sie vermutlich doch aus, um die Flanken der Druckanstiege etwas zu beeinflussen.

Aus den zuvor gezeigten Bildern 5.21 bis 5.23 werden nun die Drucksignale für den Druckaufnehmer p3 für unterschiedliche Frequenzen (20 Hz, 80 Hz und 180 Hz) isoliert. Sie werden in Bild 5.24 zusammen mit den als Sinus angenäherten Stoßlagenverläufen für jeweils eine Erregungsperiode gezeigt. Ebenfalls in diesem Bild werden die dazugehörigen Verläufe für den Austrittsdruck $P_{\text{ext}} = p_8$ gezeigt.

In dieser Darstellung wird besonders deutlich, daß für den Druck p3 keine von der Erregungsfrequenz abhängige Phasenverschiebung gegenüber der Stoßbewegung auftritt. Der Unterschied in den Flanken der Drucksignale wird mit zunehmender Frequenz deutlicher.

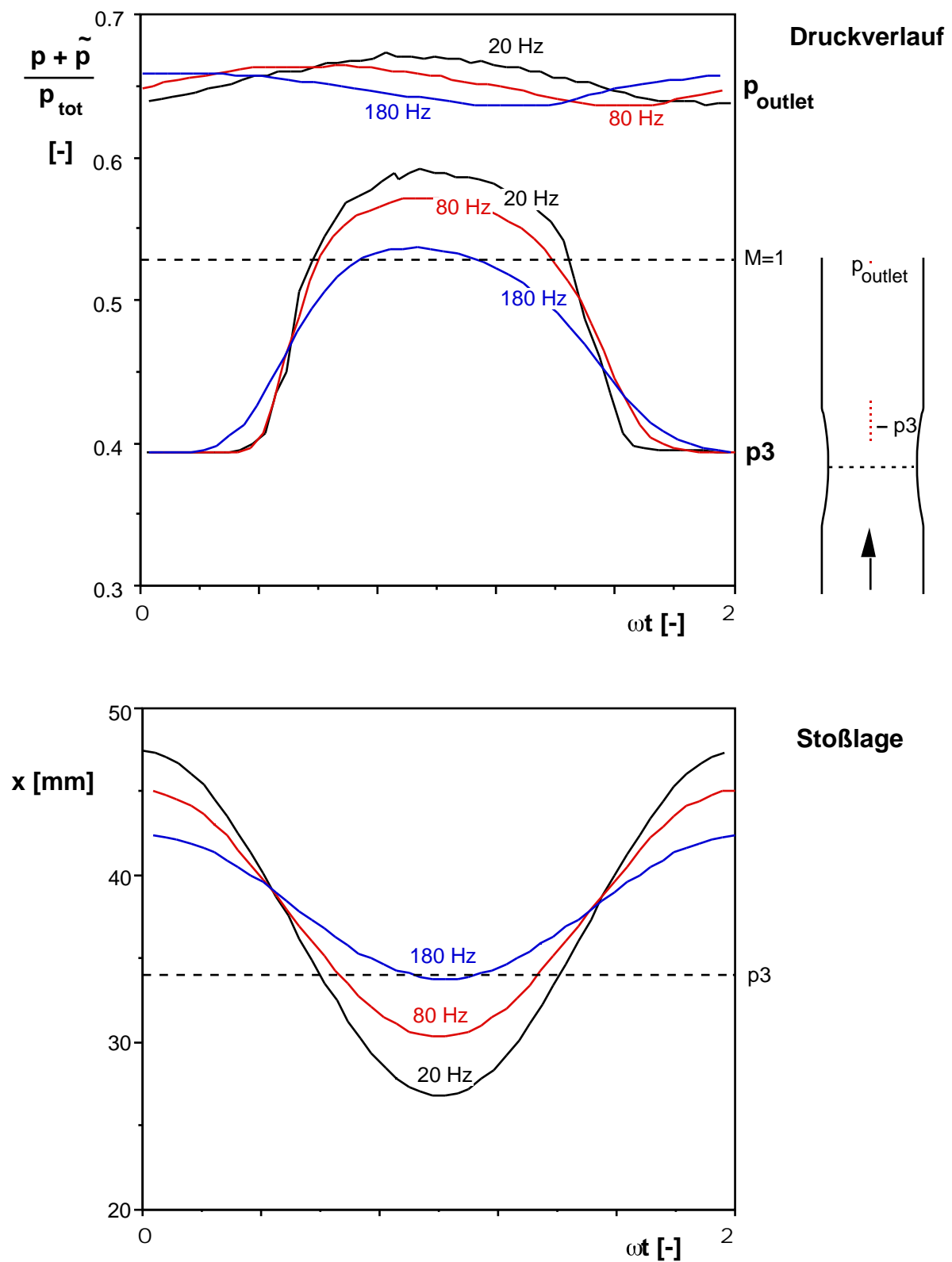


Bild 5.24: *Instationärer Druckverlauf p_3 und Stoßlagen für unterschiedliche Erregungsfrequenzen*

Mit Hilfe des Laser 2 Fokus-Verfahrens wurde versucht, das Verhalten der Grenzschicht bei drehendem Erreger zu untersuchen. Dafür wurde die Elektronik mit dem Signal des Drehzahlmessers getriggert. Anschließend wurden die Grenzschichten an Stellen gemessen, die immer vor bzw. hinter dem Stoß liegen. An der mittleren Lage des Stoßes wurde ebenfalls die instationäre Grenzschicht gemessen. Dabei ist zu sagen, daß die Formen der instationären Grenzschichten weitgehend der Formen der stationären Grenzschichten entsprechen (siehe Bild 5.8). Es bestehen auch hier drei prinzipielle Formen:

- Die Grenzschichtform im Überschall vor dem Stoß
- Die Grenzschichtform im Unterschall dicht hinter dem Stoß mit dem bereits erwähnten "Geschwindigkeitsgewinn"
- Die Grenzschichtform im Unterschall hinter dem Stoß

Es wurden keine besonderen Phänomene (besonders dicke Grenzschichten, Ablösungen oder ähnliches) im Vergleich zu den stationären Messungen festgestellt.

6. Numerisches Rechenmodell

Das Rechenmodell ist ein quasi ein- bzw. zweidimensionales instationäres Rechenverfahren, das auf den Eulergleichungen in Erhaltungssform basiert. Es kann sowohl Überschall- als auch Unterschallströmungen durch Düsen mit variablem Austrittsdruck berechnen. Das Programm ist zur Erfassung senkrechter Verdichtungsstöße ausgelegt. Die Berechnung der Strömung basiert auf der Flux-Vektor-Splitting-Methode. Diese Methode ist besonders geeignet zur Berechnung transsonischer Strömungen, da bei ihrer Anwendung die Informationen, die von stromauf und von stromab an einem Punkt eintreffen, getrennt berechnet und dann gewichtet werden. Mit dieser Behandlung der Informationen werden die physikalischen Einflußgebiete berücksichtigt, so werden z.B. in Überschallgebieten nur die von stromauf kommenden Informationen berücksichtigt. Durch Eingrenzung des Einflußgebietes (Flux-Limiter) kann eine scharfe Erfassung von Stößen vorgenommen werden.

Das Programm kann wahlweise mit oder ohne Berücksichtigung der Reibungseffekte benutzt werden. Die Reibungseffekte werden durch Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen berücksichtigt. Dabei besteht momentan noch eine Beschränkung auf laminare Strömungen, da nur ein Turbulenzmodell eingebaut ist, das bisher nur in einer Weise formuliert ist, die nur auf ebene Platten angewandt werden kann.

Nachfolgend werden nur die Gleichungen für die 2D-Version des Programmes aufgeführt. Die quasi eindimensionale Version ist durch Vereinfachung aus diesen Gleichungen herzuleiten.

6.1 Reibungsfreies Rechenmodell

6.1.1 Rechengitter

Numerische Berechnungen benötigen ein Gitternetz, das der Geometrie des zu berechnenden Problems Rechnung trägt. Bild 6.1 zeigt ein typisches Maschennetz für eine 2D Rechnung. Dabei werden die Koordinaten durch die Länge des Profils dimensionslos gemacht. Das Profil bzw. die Einschnürung einer Düse liegt zwischen 0×1 . Die Zuströmung liegt zwischen -0.5×0 , die Abströmung zwischen 1×1.5 . Die Gesamtlänge des Rechnetzes ist also 2 (-0.5×1.5).

Für reibungsfreie Berechnungen wird ein homogenes Maschennetz benutzt (physikalische = x,y -Ebene). Die ersten Gitterlinien im Kanal (z.B. $J=2$) sind eine halbe Maschenweite von der Wand entfernt.

Typische Werte für IC und JDIM sind: IC = 61 und JDIM = 18.

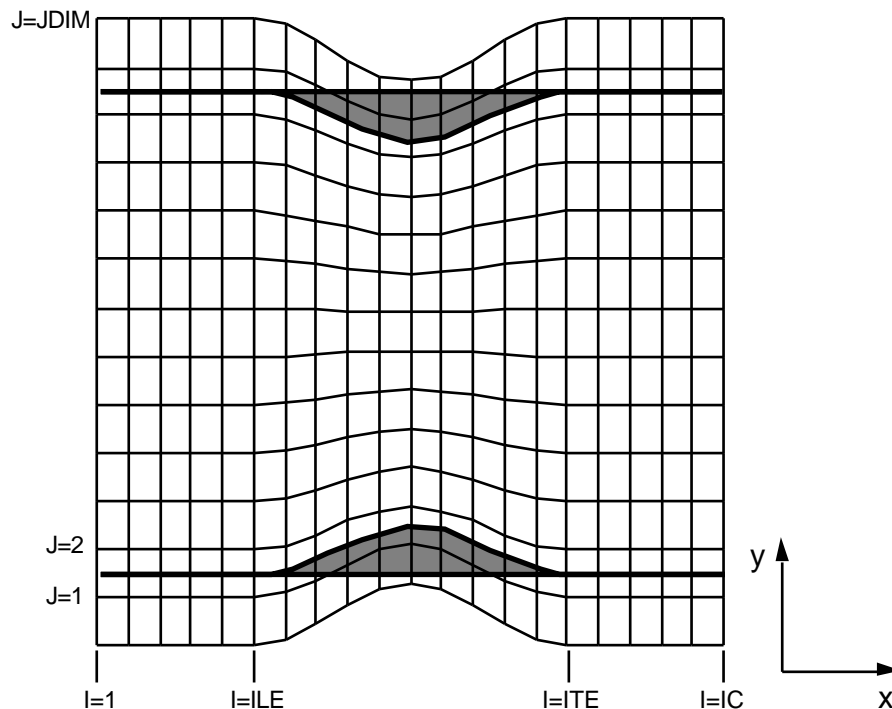


Bild 6.1: Rechnernetz in der physikalische Ebene (x,y -Ebene) für eine 2D-Düsenrechnung

Die Berechnungen des Strömungsvariablen finden in einem äquidistanten Maschennetz in der Rechenebene (, -Ebene) statt (siehe Bild 6.2). Die physikalische Ebene wird unabhängig von der Form der Wände in dieselbe Ebene abgebildet, in der die Inkremente und konstant sind. Die Berechnung der

Strömung wird dadurch sehr vereinfacht. Die Transformationskoeffizienten müssen einmal zu Beginn des Programmes berechnet werden und werden anschließend nur noch angewendet, wenn wieder Werte in der physikalischen Ebene erforderlich sind. Die erforderlichen Transformationskoeffizienten sind im Anhang A2 aufgeführt.

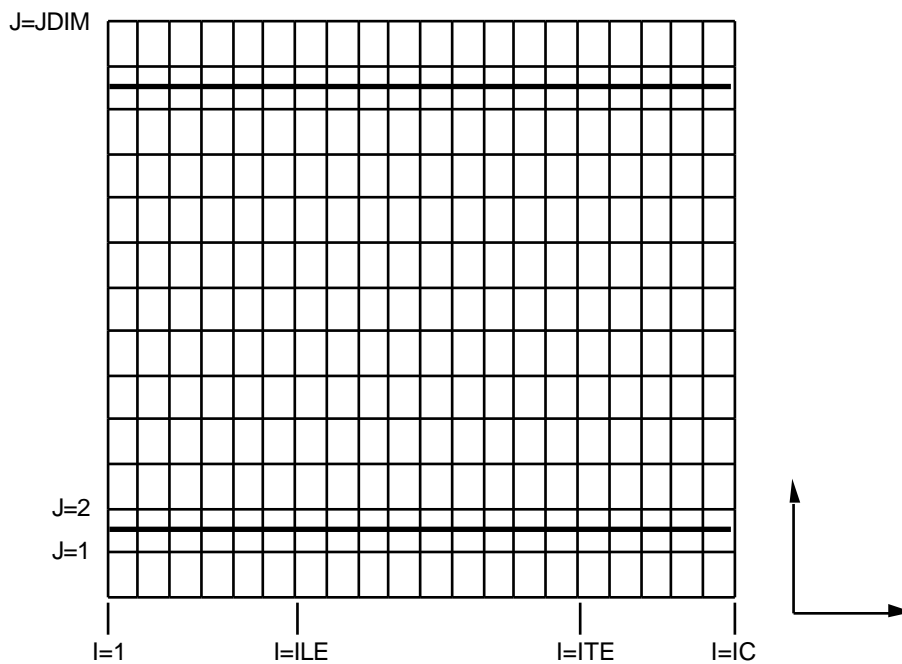


Bild 6.2: Rechnernetz in der Rechenebene (ξ, η -Ebene) für eine 2D-Düsenrechnung

6.1.2 Grundgleichungen

Erhaltung der Masse:

$$\left(\rho \right)_t + \left(\rho u \right)_x + \left(\rho v \right)_y = 0 \quad (6.1)$$

Erhaltung des Impulses in x-Richtung:

$$\left(\rho u \right)_t + \left(\rho u^2 + p \right)_x + \left(\rho uv \right)_y = 0 \quad (6.2)$$

Erhaltung des Impulses in y-Richtung:

$$\left(\rho v \right)_t + \left(\rho uv \right)_x + \left(\rho v^2 + p \right)_y = 0 \quad (6.3)$$

Erhaltung der Energie:

$$\left(\rho e_c \right)_t + \rho u e_c + \frac{p}{x} + \rho v e_c + \frac{p}{y} = 0 \quad (6.4)$$

Dabei gilt für ein ideales Gas:

$$e_c = \frac{1}{\gamma} \frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2} \quad (6.5)$$

Diese Gleichungen können zur Vereinfachung in Vektorform dargestellt werden:

$$W_t + F_x + G_y = 0 \quad (6.6)$$

mit den einzelnen Vektoren

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_c \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho u e_c + \frac{p}{x} \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho v e_c + \frac{p}{y} \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Nach Transformation der Gleichungen in die Rechenebene , (siehe Anhang A2) ergeben sich folgenden Gleichungen:

$$W' + F' + G' = 0 \quad (6.8)$$

mit den einzelnen Vektoren

$$W' = D^{-1} W \quad (6.9)$$

$$W' = D^{-1} \begin{pmatrix} u \\ v \\ e_c \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

$$F' = D^{-1} [{}_t W + {}_x F + {}_y G] \quad (6.11)$$

$$F' = D^{-1} \begin{pmatrix} {}_x u + {}_y v \\ {}_x [u^2+p] + {}_y uv \\ {}_x uv + {}_y [v^2+p] \\ {}_x u[e_c+\frac{p}{c}] + {}_y v[e_c+\frac{p}{c}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_y u - {}_x v \\ {}_y [u^2+p] - {}_x uv \\ {}_y uv - {}_x [v^2+p] \\ {}_y u[e_c+\frac{p}{c}] - {}_x v[e_c+\frac{p}{c}] \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

$$G' = D^{-1} [{}_t W + {}_x F + {}_y G] \quad (6.13)$$

$$G' = D^{-1} \begin{pmatrix} {}_x u + {}_y v \\ {}_x [u^2+p] + {}_y uv \\ {}_x uv + {}_y [v^2+p] \\ {}_x u[e_c+\frac{p}{c}] + {}_y v[e_c+\frac{p}{c}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -{}_y u + {}_x v \\ -{}_y [u^2+p] + {}_x uv \\ -{}_y uv + {}_x [v^2+p] \\ -{}_y u[e_c+\frac{p}{c}] + {}_x v[e_c+\frac{p}{c}] \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Dabei sind die geometrischen Variablen folgendermaßen definiert:

$$= (x, y, t) \quad (6.15)$$

$$= (x, y, t) \quad (6.16)$$

$$= t \quad (6.17)$$

Mit der Jakobideterminante

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial x} & \frac{\partial y}{\partial x} \\ \frac{\partial x}{\partial y} & \frac{\partial y}{\partial y} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial y} - \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{1}{\frac{\partial x}{\partial y} - \frac{\partial y}{\partial x}} \quad (6.18)$$

$$D^{-1} = \frac{1}{D} \quad (6.19)$$

Die Ableitungen und Transformationsgrößen zwischen der physikalischen Ebene (x, y) und der Rechenebene (ξ, η) sind in Anhang A2 aufgeführt.

6.1.3 Flux Vektor Splitting Methoden

Die Fluxvektoren F und G werden getrennt nach ihren Beiträgen in positiver und negativer Richtung entsprechend den physikalischen Einflußgebieten berechnet. Die Bestimmung dieser Beiträge kann nach unterschiedlichen Methoden vorgenommen werden. Im Programm sind die Splitting-Methode nach Steger und Warming [1981] und die Methode nach van Leer (Anderson et al [1987]) verwirklicht und können wahlweise verwendet werden.

Im Anhang A3 sind die Formeln zur Splitting-Methode nach Steger-Warming für den 2D-Fall aufgeführt, diejenigen zur Berechnung nach van Leer befinden sich in Anhang A4.

Beide Methoden erzielen gute Ergebnisse, die Methode nach van Leer ist in der Lage, einen Stoß noch etwas schärfer einzufangen, als es die Methode nach Steger-Warming vermag. Daher wurde diese Methode bei den Rechnungen zu dieser Arbeit verwendet.

6.1.4 Randbedingungen an den Düsenwänden

Der G-Flux in der x, y -Ebene ist folgender:

$$G' = \begin{pmatrix} -y u + x v \\ -y [u^2+p] + x uv \\ -y uv + x [v^2+p] \\ -y u[e_c+\frac{p}{h_c}] + x v[e_c+\frac{p}{h_c}] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [-y u + x v] \\ u[-y u + x v] - y p \\ v[-y u + x v] + x p \\ h_c[-y u + x v] \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

Am Rand des Strömungsfeldes ist die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Wand gleich 0. Diese Geschwindigkeitskomponente in der x, y -Ebene ist:

$$\bar{v} = \frac{-y u + x v}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0 \quad (6.21)$$

Dies bedeutet nicht, daß die Geschwindigkeitskomponente v in der x, y -Ebene Null wird. Die Geschwindigkeit folgt der Wand. Bei gekrümmten Wänden ist die Geschwindigkeitskomponente v so groß, daß zusammen mit der Geschwindigkeitskomponente u ein Vektor parallel zur Oberfläche entsteht.

Der Flux G an einer festen Wand ergibt sich somit zu:

$$G_{\text{Wand}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -y p \\ +x p \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

Diese Gleichung gilt unabhängig von der Geometrie der Kanalwand. Es ist also nicht notwendig, ein Flux-Vektor-Splitting an der Kanalwand vorzunehmen. Der statische Druck p kann dabei entweder aus dem Strömungsfeld heraus extrapoliert werden, oder aber aus dem Momentengleichgewicht senkrecht zur Kanalwand zu bestimmt werden. In der vorliegenden Programmversion wird er aus dem Strömungsfeld heraus zur Wand hin extrapoliert.

6.1.5 Randbedingungen am Eintritt

Zwei verschiedene Randbedingungen sind im Rechenprogramm eingebaut und verfügbar: Der sogenannte 'Capacitive Inlet' und der sogenannte 'Radiative Inlet'. Ihre Definitionen und Bedeutungen werden anschließend erläutert.

1. 'Capacitive Inlet'

Diese Randbedingung simuliert ein Einströmen in den Kanal aus einem Reservoir unendlichen Volumens und konstanten Totaldruckes und konstanter Totaltemperatur. Eine auf diesen Rand treffende Störung wird in das Strömungsfeld zurückreflektiert.

Die Berechnungen der Werte auf den Randlinien wird mit Hilfe der Charakteristikenmethode durchgeführt. Entlang einer Charakteristik bleiben die sogenannten Riemann-Invarianten konstant (Bild 6.3).

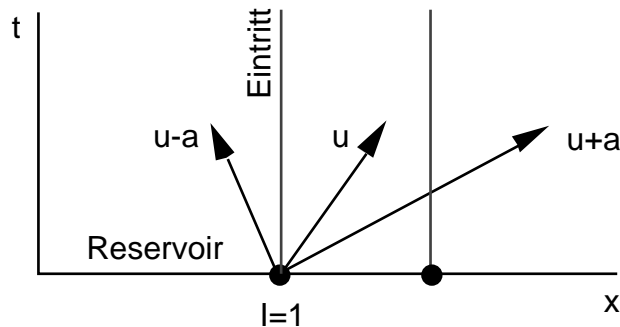


Bild 6.3: Charakteristische Richtungen

Eine Kombination der linkslaufenden (in Richtung negativer x-Koordinaten) Riemann-Invarianten R^- mit der Randbedingung ergibt folgendes Gleichungssystem:

$$q^2 + \frac{2}{-1} a^2 = \text{const.} \quad (6.23)$$

$$R^- = \frac{2}{-1} a - q \quad (6.24)$$

$$s = 0 \quad (6.25)$$

Die Entropie am Eintritt ist damit die Referenz für die Entropie im Kanal.

Die Lösung des Gleichungssystems ergibt unter Berücksichtigung der Strömungsgeschwindigkeit $q=0$ im Reservoir ein Polynom zweiter Ordnung:

$$2 \frac{+1}{-1} \frac{1}{-1} a^2 - \frac{4}{-1} a R^- + \left[(R^-)^2 - \frac{2}{-1} a_{\text{tot}}^2 \right] = 0 \quad (6.26)$$

mit

$$a_{\text{tot}} = \sqrt{\frac{-1}{\rho_{\text{tot}}}} \quad (6.27)$$

Bei der Berechnung der Riemann-Invarianten R^- werden die Geschwindigkeiten q und a aus der linkslaufenden Charakteristik ($q-a$) bestimmt, die vom letzten bekannten Zeitschrittniveau k aus durch den Knotenpunkt $l=1$ zum nun zu berechnenden Zeitpunkt $k=k+1$ geht.

Das Polynom (6.26) ergibt zwei Lösungen für die Schallgeschwindigkeit a :

$$a_{1,2} = \frac{\frac{4}{-1} R^- \pm \sqrt{\frac{16}{(-1)^2} R^{-2} - 8 \frac{+1}{-1} \frac{1}{-1} \left[(R^-)^2 - \frac{2}{-1} a_{\text{tot}}^2 \right]}}{4 \frac{+1}{-1} \frac{1}{-1}} \quad (6.28)$$

Die positive Lösung a_1 oder a_2 wird benutzt. Werden beide Lösungen positiv, muß mit Hilfe der berechneten Punkte aus der Nachbarschaft bestimmt werden, welcher Wert in der richtigen Größenordnung liegt. Anschließend wird die Geschwindigkeit q berechnet.

$$q = \frac{2}{-1} a - R^- \quad (6.29)$$

Bei der Berechnung von Düsen wird von einer achsparallel angeströmten Düse ausgegangen. Daher werden der Strömungswinkel und die Geschwindigkeitskomponente v zu Null gesetzt:

$$= 0 \quad (6.30)$$

$$v = 0 \quad (6.31)$$

Die Geschwindigkeitskomponente u wird gleich der Strömungsgeschwindigkeit q :

$$u = q \quad (6.32)$$

2. 'Radiative Inlet'

Diese Randbedingung simuliert das Einströmen aus einem Rohr von unendlicher Länge. Dadurch werden Störungen, die aus dem Strömungsfeld in Richtung Eintritt laufen, nur in sehr abgeschwächter Form reflektiert. Damit soll eine möglichst konstante Zuströmung simuliert werden.

In diesem Fall werden die Strömungsvariablen a und q durch die linkslaufende Riemann-Invariante R^- und die rechtslaufende Riemann-Invariante R^+ bestimmt.

$$a = \frac{-1}{2} (R^+ + R^-) \quad (6.33)$$

$$q = \frac{R^+ - R^-}{2} \quad (6.34)$$

mit den Riemann-Invarianten

$$R^- = \frac{2}{-1} a - q = \text{const} \quad (6.35)$$

$$R^+ = \frac{2}{-1} a + q = \text{const} \quad (6.36)$$

Bei der Berechnung der Riemann-Invarianten R^- werden die Geschwindigkeiten q und a aus der linkslaufenden Charakteristik $(q-a)$ bestimmt, die vom letzten bekannten Zeitschrittniveau k aus durch den Knotenpunkt $l=1$ die nun zu berechnende Zeit $k=k+1$ geht.

Bei der Berechnung der Riemann-Invarianten R^+ werden die Geschwindigkeiten q und a aus der rechtslaufenden Charakteristik $(q+a)$ bestimmt, von der der statische Eintrittsdruck p_{inlet} und die Entropie $s_{\text{inlet}} = 0$ bekannt sind:

$$a = \sqrt{\frac{p_{\text{inlet}}^{-1}}{e} s} = \sqrt{\frac{p_{\text{inlet}}^{-1}}{e}} \quad (6.37)$$

$$q = \sqrt{\frac{2}{-1} \left(1 - p_{\text{inlet}}^{-1} \right)} \quad (6.38)$$

$$s = 0 \quad (6.39)$$

Mit der Annahme, daß die Düse horizontal angeströmt wird (Strömungswinkel $\alpha = 0$), ergibt sich für die Geschwindigkeitskomponenten u und v folgendes:

$$v = 0 \quad (6.40)$$

$$u = q \quad (6.41)$$

$$v = 0 \quad (6.42)$$

6.1.6 Randbedingungen am Austritt

Die am Austritt der Düse verwendete Randbedingung entspricht von ihrer Qualität her der Eintritts-Randbedingung 'Capacitive Inlet'. Das heißt, daß auf den Austritt auftreffende Störungen reflektiert werden.

Da eine Unterschallabströmung vorausgesetzt wird, ist der statische Gegendruck p_{outlet} am Austritt bekannt. Die Entropie s wird vom links daneben liegenden Punkt extrapoliert. Aus diesen beiden Strömungsgrößen läßt sich die Schallgeschwindigkeit a am Austritt berechnen:

$$a = \sqrt{\frac{p_{\text{outlet}}^{-1}}{e} s} \quad (6.43)$$

Die zweite benötigte Bedingung zur Berechnung der Strömungsgrößen am Austritt wird durch die rechtslaufende Riemann-Invariante R^+ geliefert:

Bei der Berechnung der Riemann-Invarianten R^+ werden die Geschwindigkeiten q und a aus der rechtslaufenden Charakteristik $(q+a)$ bestimmt, die vom letzten bekannten Zeitschrittniveau k aus durch den Knotenpunkt $I=IC$ zum nun zu berechnenden Zeitpunkt $k=k+1$ geht:

$$R^+ = \frac{2}{-1} a + q \quad (6.44)$$

Damit kann nun die Geschwindigkeit q am Austritt bestimmt werden:

$$q = R^+ - \frac{2}{-1} a \quad (6.45)$$

Der Strömungswinkel kann aus den Geschwindigkeitskomponenten u und v vom daneben liegenden Feldpunkt $(j,i-1)$ extrapoliert werden.

$$= \text{atan} \frac{v_{j,i-1}}{u_{j,i-1}} \quad (6.46)$$

Damit werden die Geschwindigkeitskomponenten u und v zu:

$$u = q \cdot \sin \quad (6.47)$$

$$v = q \cdot \cos \quad (6.48)$$

6.2 Reibungsbehaftetes Rechenmodell

Bei der Berechnung von Reibungseffekten wird ein Rechennetz benötigt, das senkrecht zur Wand eine sehr kleine Distanz zwischen den Maschen im Bereich der Grenzschicht besitzt. Es können daher keine äquidistanten Maschennetze in der x,y -Ebene mehr verwendet werden. Das Rechennetz (, -Ebene) bleibt jedoch nach wie vor äquidistant. Die Abbildung aus der physikalischen Ebene (x,y) in die Rechenebene (,) findet in derselben Weise statt wie für reibungsfreie Rechnungen.

Die Reibungsglieder werden als Störglieder in die Eulergleichungen eingeführt.

Die reibungsfreie Gleichung in Vektorform lautet folgendermaßen:

$$W_t + F_x + G_y = 0 \quad (6.49)$$

Nach Einführung der Störglieder ergibt sich die reibungsbehaftete Gleichung:

$$W_t + F_x + G_y = FV_x + GV_y \quad (6.50)$$

oder

$$W_t + F - FV_x + G - GV_y = 0 \quad (6.51)$$

Die Viskositätsterme FV und GV können nach verschiedenen Theorien und Vereinfachungen entwickelt werden. Die Herleitung und die Gültigkeit zweier dieser Möglichkeiten sind nachfolgend beschrieben.

6.2.1 Full-Navier-Stokes

Nachfolgend werden die zur Lösung des Problems benötigten Gleichungen aufgelistet. Zunächst werden sie in ihrer allgemeinen Form dargestellt, anschließend werden die gewählten Vereinfachungen und Entwicklungen vorgestellt.

Die aus den resultierenden Gleichungen berechenbare Strömung hat folgende Charakteristiken und Einschränkungen:

- zweidimensional
- kompressibel
- voll instationär
- Gravitationskräfte werden vernachlässigt
- das Strömungsfluid ist ein einatomiges perfektes Gas
- adiabat

Gleichungen in ihrer allgemeinen Form:

1. Erhaltung der Masse:

$$\frac{d}{dt} + \frac{(\cdot u)}{x} + \frac{(\cdot v)}{y} = 0 \quad (6.52)$$

2. Erhaltung des Impulses in x-Richtung [Ryhming, 1985, S. 198]:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{p}{x} + f_x + \frac{1}{x} \left(2\mu \frac{u}{x} + \mu' \frac{u}{x} + \frac{v}{y} \right) + \frac{1}{y} \left(\mu \frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) \quad (6.53)$$

3. Erhaltung des Impulses in y-Richtung [Ryhming, 1985, S. 199]:

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{p}{y} + f_y + \frac{1}{x} \left(\mu \frac{v}{x} + \frac{u}{y} \right) + \frac{1}{y} \left(2\mu \frac{v}{y} + \mu' \frac{u}{x} + \frac{v}{y} \right) \quad (6.54)$$

in diesen Gleichungen bedeutet:

f Vektor mit den Massenkräften
 μ' zweiter Viskositätskoeffizient

4 . Erhaltung der Energie [Ryhming, 1985, S. 292]:

$$\frac{(\cdot e_c)}{t} + \cdot q \cdot h_c = \cdot \cdot q - \cdot Q + f \cdot q \quad (6.55)$$

in dieser Gleichung sind:

q Geschwindigkeitsvektor
 \cdot Spannungstensor
 Q Wärmeübergangsvektor
 f Vektor mit den Massenkräften

Gewählte Vereinfachungen:

Der Anteil der Massenkräfte ist im vorliegenden Fall gleich Null, da die

Gravitationskräfte vernachlässigt werden:

$$f = 0 \quad (6.56)$$

Der Zusammenhang zwischen dem zweiten Viskositätskoeffizienten μ' und der dynamischen Zähigkeit μ für einatomige Gase ist nach der Hypothese von Stokes [Ryhming, 1987, S. 198]:

$$\mu' = -\frac{2}{3} \mu \quad (6.57)$$

Für den Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit gilt:

$$= \frac{\mu c_p}{Pr} \quad (6.58)$$

Für die Berechnung der Enthalpie wird benutzt:

$$h = c_p T \quad (6.59)$$

Vereinfachte Formeln:

Damit sind die Viskositätsterme FV und GV im x,y-Koordinatensystem:

$$FV = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{Pr} \mu \frac{\partial h}{\partial x} \quad (6.60)$$

$$\begin{aligned}
 \text{GV} = & \mu \frac{u}{y} + \frac{v}{x} \\
 & \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) \\
 & \mu u \frac{u}{y} + \frac{v}{x} + \frac{2}{3} \mu v \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) + \frac{1}{\text{Pr}} \mu \frac{h}{y}
 \end{aligned} \tag{6.61}$$

Ein typischer Wert für die Prandtl-Zahl Pr für Luft ist [Bölcs, 1988, A2-1]:

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} = 0.72 \tag{6.62}$$

Zur Bestimmung des Wertes der dynamischen Zähigkeit μ gibt es je nach Zustand der Grenzschichten mehrere Möglichkeiten:

Für **laminare Strömungen** kann die dynamische Zähigkeit mit geringem rechnerischem Aufwand mit Hilfe von "Sutherlands Law" aus der statischen Temperatur T bestimmt werden [Ryhming, 1985, S. 405; Bölcs, 1988, S. 95; Shapiro, 1953, S.1095]. Die Formel gilt für Luft, ist aber ohne weiteres für ideale Gase anwendbar. In den verschiedenen Quellen finden geringfügig unterschiedliche Konstanten Anwendung. Hier werden nun die Konstanten nach Ryhming [1985] benutzt:

$$\mu = 1.458 \cdot 10^{-6} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{110.4 + T} \tag{6.63}$$

Dabei wird die Temperatur T in [K] eingesetzt, die dynamische Zähigkeit μ ergibt sich in [kg/[ms)].

Für **turbulente Grenzschichten** muß die dynamische Zähigkeit mit Hilfe eines Turbulenzmodelles berechnet werden (Kapitel 6.2.3). Der rechnerische Aufwand (vor allem an Rechenzeit) dafür ist relativ groß.

Transformation der Gleichungen in die Rechenebene:

Durch Umformen der Gleichungen können für die Strömungsgrößen die im

Programm benutzten Referenzwerte, sowie die Zuströmgrößen im Unendlichen benutzt werden. Dies lässt die Benutzung der Reynoldszahl als Eingabewert zu. Die in den nachfolgenden Gleichungen verwendeten Strömungsgrößen wurden alle mit den entsprechenden Referenzwerten dimensionslos gemacht. Die Werte entsprechen also direkt den Größen, die im Rechenprogramm zur Verfügung stehen.

Die Viskositätsterme FV und GV im x,y-Koordinatensystem ergeben sich damit zu:

$$FV = \frac{-q_{\infty}}{Re_{\infty}} \left[\frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{u}{x} - \frac{v}{y} \right) + \mu \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{2}{3} \mu u \left(2 \frac{u}{x} - \frac{v}{y} \right) + \mu v \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{1}{Pr} \mu \frac{h}{x} \right] \quad (6.64)$$

$$GV = \frac{-q_{\infty}}{Re_{\infty}} \left[\mu \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) + \mu u \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{2}{3} \mu v \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) + \frac{1}{Pr} \mu \frac{h}{y} \right] \quad (6.65)$$

Sutherlands Law zur Bestimmung der dimensionslosen dynamischen Zähigkeit μ wird dann:

$$\mu = \frac{T_{\infty}}{T_{ref}} \left[\frac{110.4}{T_{ref}} + T_{\infty} \right]^{-\frac{3}{2}} \left[\frac{110.4}{T_{ref}} + T \right] \quad (6.66)$$

Die Berechnungen finden im x, y -Koordinatensystem statt. Die Formeln für die Viskositätsterme müssen daher in diese Ebene transformiert werden:

$$FV' = \frac{1}{D} \left(x FV + y GV \right) \quad (6.67)$$

$$GV' = \frac{1}{D} x' FV + y' GV \quad (6.68)$$

Dabei sind D , x' , y' , x und y die in Anhang A2 definierten Transformationskoeffizienten.

In ausgeschriebener Form ergibt sich also für die Viskositätsterme folgendes:

$$FV' = \frac{-q}{Re} \frac{1}{D} \left[\begin{aligned} & \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{u}{x} - \frac{v}{y} \right) + \mu \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) \\ & + \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) \\ & + \mu \left(\frac{2}{3} u \left(2 \frac{u}{x} - \frac{v}{y} \right) + v \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{1}{Pr} \frac{h}{x} \right) \\ & + \mu \left(u \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{2}{3} v \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) + \frac{1}{Pr} \frac{h}{y} \right) \end{aligned} \right] \quad (6.69)$$

$$GV' = \frac{-q}{Re} \frac{1}{D} \left[\begin{aligned} & \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{u}{x} - \frac{v}{y} \right) + \mu \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) \\ & + \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) \\ & + \mu \left(\frac{2}{3} u \left(2 \frac{u}{x} - \frac{v}{y} \right) + v \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{1}{Pr} \frac{h}{x} \right) \\ & + \mu \left(u \left(\frac{u}{y} + \frac{v}{x} \right) + \frac{2}{3} v \left(2 \frac{v}{y} - \frac{u}{x} \right) + \frac{1}{Pr} \frac{h}{y} \right) \end{aligned} \right] \quad (6.70)$$

Es muß noch darauf hingewiesen werden, daß die Ableitungen im x,y -Koordinatensystem ebenfalls in das x',y' -Koordinatensystem transformiert werden müssen. Als Beispiel wird hier nur die Transformation für eine Ableitung gezeigt:

$$\frac{u}{x} = \frac{u}{x} + \frac{u}{x} = \frac{u}{x} x + \frac{u}{x} x \quad (6.71)$$

6.2.2 Thin-Layer-Navier-Stokes

Eine Vereinfachung der in Kapitel 6.2.1 gezeigten Formeln ist die Vereinfachung nach der Theorie der dünnen Grenzschichten. Ihre Berechnung bringt einen relativ großen Gewinn an Rechenzeit mit sich. Sie ist allerdings nur gültig, solange der Druckgradient in Strömungsrichtung vernachlässigbar klein ist:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (6.72)$$

Nach der Hypothese der dünnen Grenzschichten werden die Ableitungen der Viskositätsterme parallel zur Profiloberfläche vernachlässigt:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\text{Viskositätsterme}) = 0 \quad (6.73)$$

Die Viskositätsterme FV' und GV' in der x, y -Rechenebene ergeben sich nach der Einführung der Vereinfachung zu:

$$\frac{FV'}{Re} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.74)$$

$$GV' =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ & + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ & + \left(\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \right) \mu \frac{\partial u^2}{\partial x} + \left(\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \right) \mu \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial uv}{\partial y} \right) + \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y} \right) \mu \frac{1}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \quad (6.75)$$

Bei der Implementierung im Programm wurden einige Testrechnungen an einer ebenen Platte durchgeführt, um einen Vergleich mit der analytischen Lösung von Blasius zu ermöglichen (siehe Kapitel 7.3).

6.2.3 Turbulenzmodell nach Baldwin, Lomax

Zur Berechnung reibungsbehafteter Strömungen gehört eigentlich auch der Einsatz eines Turbulenzmodells. Bei einem solchen Modell wird die dynamische Zähigkeit μ aus die Summe des laminaren Anteils und des turbulenten Anteils zusammengesetzt:

$$\mu_{\text{ges}} = \mu + \mu_T \quad (6.76)$$

Damit wird die Berechnung von turbulenten Strömungen verbessert. Es gibt eine relativ große Anzahl numerischer Modelle zur Berechnung des turbulenten Anteils. Für das vorliegenden Programm wurde zunächst das von Baldwin und Lomax [1978] beschriebene Turbulenzmodell für abgelöste Strömungen ausgewählt. Momentan liegt allerdings nur für die Version Thin-Layer-Navier-Stokes und nur für die Berechnung der Strömung an ebenen Platten vor. Diese Version sollte jedoch noch für allgemeine Strömungen und für die Full-Navier-Stokes-Version ausgebaut werden.

6.2.4 Randbedingungen für reibungsbehaftete Strömungen

Für eine reibungsbehaftete Strömung müssen folgende Randbedingungen eingehalten werden:

An der Wand müssen die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht und parallel zur Wand zu Null werden. Dies bedeutet, daß die Geschwindigkeit q zu Null wird. Um dies zu erreichen, wird erzwungen, daß die Geschwindigkeitskomponenten u und v im x,y -Koordinatensystem an der Wand zu Null werden:

$$u = 0 \quad (6.77)$$

$$v = 0 \quad (6.78)$$

Außerdem muß in der Grenzschicht der statische Druckgradient an der Wand Null sein:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (6.79)$$

Die Wand liegt in der Mitte zwischen zwei Maschenpunkten. Um die notwendigen Randbedingungen zu erzwingen, werden die bekannten Strömungswerte vom letzten Punkt innerhalb des Strömungsfeldes auf den ersten Punkt außerhalb in folgender Weise überschrieben:

$$u_{\text{außerhalb}} = -u_{\text{innerhalb}} \quad (6.80)$$

$$v_{\text{außerhalb}} = -v_{\text{innerhalb}} \quad (6.81)$$

$$p_{\text{außerhalb}} = p_{\text{innerhalb}} \quad (6.82)$$

Diese Art der Überschreibung der Werte führt allerdings nur wirklich zum Ziel, wenn die Linien $y=\text{const.}$ senkrecht auf der Düsenwand stehen. Da das Inkrement y an der Wand allerdings bei reibungsbehafteten Rechnungen sehr klein gehalten wird, und die Linien $y=\text{const.}$ selten sehr weit von der Normalen abweichen, wird der Fehler nicht sehr groß.

Bild 6.4 zeigt die Verhältnisse für die Geschwindigkeitskomponente u :

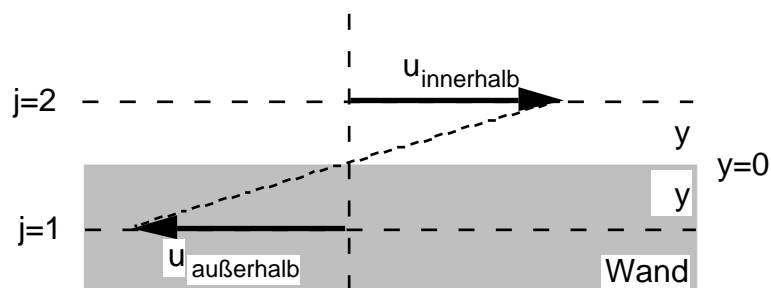


Bild 6.4: Erzeugung der Randbedingung $u=0$ an der Wand

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit a muß die Wandtemperatur bekannt sein.

Diese Temperatur läßt sich aus der Prandtl-Zahl, der Totaltemperatur und der

Temperatur außerhalb der Grenzschicht berechnen:

Für laminare Strömungen gilt (Ryhming, 1987, S. 300):

$$r = \frac{T_r - T_e}{T_{\text{tot}} - T_e} = \sqrt{\text{Pr}} \quad (6.83)$$

Dabei sind T_r die Recoverytemperatur und T_e die Temperatur außerhalb der Grenzschicht. Die Wandtemperatur wird damit zu:

$$T_{\text{Wand}} = T_r = \sqrt{\text{Pr}} (T_{\text{tot}} - T_e) + T_e \quad (6.84)$$

Mit den dimensionlosen Größen aus dem Rechenprogramm ergibt sich mit $T_{\text{tot}}=1$ die dimensionslose Schallgeschwindigkeit an der Wand:

$$a_{\text{Wand}} = \sqrt{T_{\text{Wand}}} \quad (6.85)$$

Durch Extrapolation kann nun die Schallgeschwindigkeit $a_{\text{außerhalb}}$ berechnet werden.

Nun können die anderen Strömungsgrößen und e_c bestimmt werden:

$$p_{\text{außerhalb}} = p_{\text{außerhalb}} \frac{1}{(a_{\text{außerhalb}})^2} \quad (6.86)$$

$$e_{c \text{ außerhalb}} = \frac{1}{-1} \frac{p_{\text{außerhalb}}}{a_{\text{außerhalb}}} + \frac{1}{2} ((u_{\text{außerhalb}})^2 + (v_{\text{außerhalb}})^2) \quad (6.87)$$

Die gewünschten Randbedingungen stellen sich bei der Interpolation zwischen den Rechenpunkten ein.

Auch die Randbedingungen am Austritt müssen im Bereich der Grenzschichten anders berechnet werden als im reibungslosen Fall. In der Grenzschicht liegt kein hyperbolisches Gleichungssystem mehr vor. Die Charakteristikenmethode ist daher in diesem Bereich nicht gültig.

Daher wird in diesem Bereich der Wert der Riemann-Invarianten R^+ für den Rechenpunkt im Austritt nicht mehr entlang der Charakteristik gebildet, sondern

vom daneben liegenden Punkt im Strömungsfeld übernommen (Extrapolation 0^{ter} Ordnung).

6.3 Differenzenverfahren

6.3.1 Räumliche Ableitungen

Steger und Warming [1981] arbeiteten ursprünglich mit sogenannten "upwind" berechneten räumlichen Differenzen für F^+ und F^- . Dabei werden zum Beispiel für F^+ die Differenzen 'rückwärts' (in negativer x-Richtung) gebildet, für F^- werden sie 'vorwärts' (in positiver x-Richtung) berechnet.

$$F_{j,i}^+ = F_{j,i}^+ - F_{j,i-1}^+ \quad (6.88)$$

$$F_{j,i}^- = F_{j,i+1}^- - F_{j,i}^- \quad (6.89)$$

Die Berechnung von G^+ und G^- findet in analoger Weise statt:

$$G_{j,i}^+ = G_{j,i}^+ - G_{j-1,i}^+ \quad (6.90)$$

$$G_{j,i}^- = G_{j+1,i}^- - G_{j,i}^- \quad (6.91)$$

Bei der Verwendung eines äquidistanten Rechnernetzes, ist diese Art der Differenzenbildung nicht in der Lage, Werte einer Freistahlströmung zu erhalten. Das Ergebnis hängt von den geometrischen Transformationen ab.

Van Leer [Anderson et al, 1985] schlug daher vor, eine sogenannte 'MUSCL'-Annäherung ('Monotone Upwind Schemes for Conservation Laws') vorzunehmen, bei der die Daten zuerst aufbereitet werden, bevor die numerischen Differenzen gebildet werden. Dabei ist es möglich, eine Begrenzung des Einflußgebietes (z.B. an einem Stoß) vorzunehmen. Die räumlichen Ableitungen werden dabei als zentrierte Differenzen angenähert, wobei die Werte an halben Punkten liegen, also

nicht auf dem Rechnernetz, sondern dazwischen. Bild 6.5 illustriert die Lage der verwendeten Informationen.

$$F'_{j,i} = \frac{F'_{j,i}}{\Delta x_j} = \frac{F'_{j,i+1/2} - F'_{j,i-1/2}}{\Delta x_j} \quad (6.92)$$

$$G'_{j,i} = \frac{G'_{j,i}}{\Delta y_j} = \frac{G'_{j+1/2,i} - G'_{j-1/2,i}}{\Delta y_j} \quad (6.93)$$

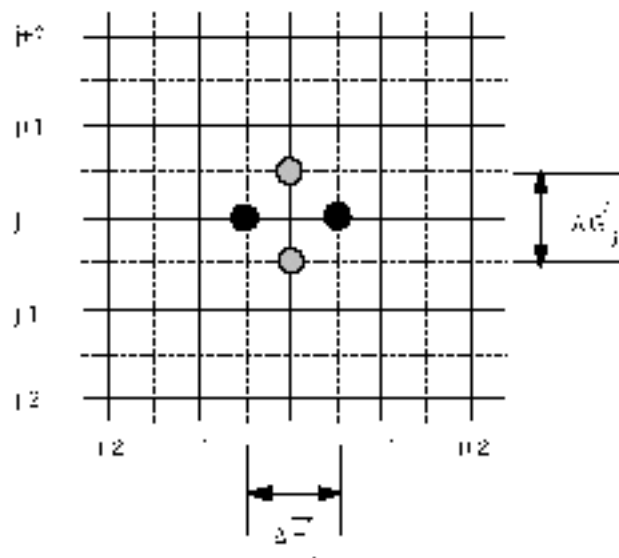


Bild 6.5: Erklärung der Flux-Größen $\Delta \vec{F}'_{j,i}$ und $\Delta \vec{G}'_{j,i}$

Dabei werden die Flux-Werte $F'_{j,i-1/2}$ und $G'_{j-1/2,i}$ aus den getrennt berechneten Flux-Anteilen $F'^{+}_{j,i-1/2}$, $F'^{-}_{j,i-1/2}$, $G'^{+}_{j-1/2,i}$ und $G'^{-}_{j-1/2,i}$ berechnet:

$$F'_{j,i-1/2} = F'^{+}_{j,i-1/2} + F'^{-}_{j,i-1/2} \quad (6.94)$$

$$G'_{j,i-1/2} = G'^{+}_{j-1/2,i} + G'^{-}_{j-1/2,i} \quad (6.95)$$

Die Berechnung der Flux-Werte $F'_{j,i+1/2}$ und $G'_{j+1/2,i}$ findet in analoger Weise statt.

Die Extrapolation der Strömungsvariablen, die zur Berechnung der positiven und

negativen Flux-Anteile benutzt werden, wird anhand der Strömungsgeschwindigkeit u gezeigt. Die anderen verwendeten Strömungsvariablen v , a , und e_c werden auf exakt dieselbe Weise extrapoliert.

Für die Berechnung von $F_{j,i-1/2}^{'+}$:

$$u_{j,i-1/2} = u_{j,i-1} + \frac{+}{j,i-1/2} \frac{u_{j,i-1} - u_{j,i-2}}{2} \quad (6.96)$$

Für die Berechnung von $F_{j,i-1/2}^{'-}$:

$$u_{j,i-1/2} = u_{j,i} + \frac{-}{j,i-1/2} \frac{u_{j,i} - u_{j,i+1}}{2} \quad (6.97)$$

Für die Berechnung von $G_{j-1/2,i}^{'+}$:

$$u_{j-1/2,i} = u_{j-1,i} + \frac{+}{j-1/2,i} \frac{u_{j-1,i} - u_{j-2,i}}{2} \quad (6.98)$$

Für die Berechnung von $G_{j-1/2,i}^{'-}$:

$$u_{j-1/2,i} = u_{j,i} + \frac{-}{j-1/2,i} \frac{u_{j,i} - u_{j+1,i}}{2} \quad (6.99)$$

Dabei ist ϕ der sogenannte 'Flux-Limiter'. Er schaltet zwischen der Genauigkeit erster Ordnung und der Genauigkeit zweiter Ordnung hin und her. Dadurch ist es möglich, das Einflußgebiet zu begrenzen. Ein typischer Anwendungsfall ist z. B. ein Stoß, der durch eine solche Begrenzung des Einflußgebiets schärfer erfaßt werden kann. Der Wert $\phi = 1$ ergibt eine Genauigkeit zweiter Ordnung, der Wert $\phi = 0$ reduziert die Genauigkeit auf eine Genauigkeit erster Ordnung. Auch Genauigkeiten höherer Ordnung können so eingeführt werden.

Bild 6.6 zeigt die Herkunft der Informationen bei der Berechnung des F-Fluxes, Bild 6.7 zeigt dasselbe für die Berechnung für den G-Flux.

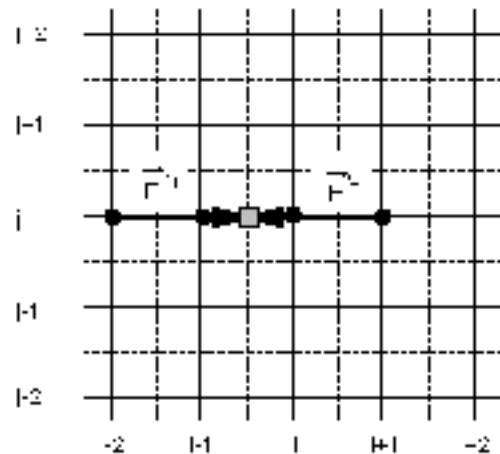


Bild 6.6: Herkunft der Informationen für die Berechnung der Flux-Anteile $\Delta \vec{F}'_{j,i-1/2}^+$ und $\Delta \vec{F}'_{j,i-1/2}^-$ für $\Phi_{j,i-1/2}^+ = \Phi_{j,i-1/2}^- = 1$

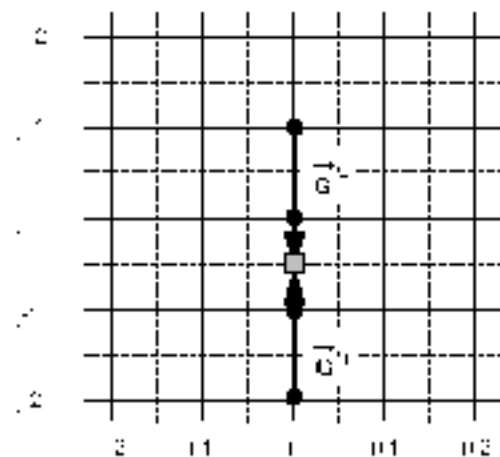


Bild 6.7: Herkunft der Informationen für die Berechnung der Flux-Anteile $\Delta \vec{G}'_{j-1/2,i}^+$ und $\Delta \vec{G}'_{j-1/2,i}^-$ für $\Phi_{j-1/2,i}^+ = \Phi_{j-1/2,i}^- = 1$

Die Tatsache, daß die Differenzen in positiver und in negativer Richtung an denselben Stellen gebildet werden, reduziert das Überschießen vor und hinter Stößen [Anderson et al., 1985]. Dabei ist es gleichgültig, ob die Flux Vektor Splitting Methode nach Steger/Warming oder nach van Leer benutzt wird.

6.3.2 Zeitliche Integration

Mit Hilfe der oben erwähnten 'MUSCL'-Annäherung kann ein explizites Rechenschema zweiter Ordnung als Methode in zwei Rechenschritten eingeführt werden. Verwendet wird dabei ein Schema nach MacCormack, wie es von Grossmann [1986] vorgeschlagen wurde. Die Formeln für die Rechenschritte für reibungsfreie Rechnungen haben folgendes Aussehen:

Erster Schritt ('Predictor'):

$$W_{j,i}'^* = W_{j,i}'^k - \frac{F_{j,i}'^{+k} + F_{j,i}'^{-k}}{2} - \frac{G_{j,i}'^{+k} + G_{j,i}'^{-k}}{2} \quad (6.100)$$

Zweiter Schritt ('Corrector'):

$$W_{j,i}'^{k+1} = \frac{1}{2} W_{j,i}'^* + W_{j,i}'^k - \frac{F_{j,i}'^{+*} + F_{j,i}'^{-*}}{2} - \frac{G_{j,i}'^{+*} + G_{j,i}'^{-*}}{2} \quad (6.101)$$

Dabei werden die Werte zum Zeitpunkt des Zwischenschrittes durch ^{*} gekennzeichnet, während mit ^k die Werte des zuletzt berechneten Zeitschrittes gekennzeichnet sind. ^{k+1} steht für die Werte des aktuell zu berechnenden Zeitschrittes.

Für Rechnungen mit Reibungsgliedern wird beim Zwischenschritt ('Predictor') die Information über die Reibung aus positiver Richtung (+) berücksichtigt, beim zweiten Schritt ('Corrector') werden die Informationen aus der negativen Richtung (-) verwendet. Dadurch können numerische Instabilitäten verhindert werden [Anderson et al.; 1984]. Die Gleichungen werden damit zu:

Erster Schritt ('Predictor'):

$$W_{j,i}'^* =$$

$$W_{j,i}'^k - \frac{F_{j,i}'^{+k} + F_{j,i}'^{-k} + FV_{j,i}'^{+k}}{2} - \frac{G_{j,i}'^{+k} + G_{j,i}'^{-k} + GV_{j,i}'^{+k}}{2}$$
(6.102)

Zweiter Schritt ('Corrector'):

$$W_{j,i}'^{k+1} =$$

$$\frac{1}{2} W_{j,i}'^* + W_{j,i}'^k - \frac{F_{j,i}'^{+*} + F_{j,i}'^{-*} + FV_{j,i}'^{+*}}{2} - \frac{G_{j,i}'^{+*} + G_{j,i}'^{-*} + GV_{j,i}'^{+*}}{2}$$
(6.103)

Das Zeitinkrement für den Fortschritt in der Zeit ist durch die berechnete Geometrie beschränkt: Das neue Zeitniveau muß innerhalb des physikalischen Einflußgebietes, also der Charakteristiken, des vorhergehenden Zeitniveaus liegen.

Die Größe des zulässigen Zeitschrittes für reibungsfreie Strömungen wird wie folgt berechnet [Anderson et al., 1984]:

$$CFL$$
(6.104)

mit

$$CFL = \frac{1}{\frac{|u|}{x} + \frac{|v|}{y} + a \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}}$$
(6.105)

Dabei ist CFL der kleinste auftretende Wert im gesamten Strömungsfeld. Damit der Wert für das Zeitinkrement sicher kleiner wird als der größte zulässige Zeitschritt, wird der so gefundene Wert mit einem sogenannten Stabilitätsfaktor

multipliziert. Bei den hier vorgeführten Rechnungen hatte er den Wert 0.4. Damit kann mit einem konstanten Zeitschritt gerechnet werden, selbst wenn sich im Laufe der Rechnungen die Geschwindigkeitsverhältnisse ändern.

Für reibungsbehaftete Rechnungen sieht die Berechnung des maximal möglichen Zeitschrittes folgendermaßen aus [Anderson et al., 1984]:

$$\frac{\text{CFL}}{1 + \frac{2}{\text{Re}}} \quad (6.106)$$

Dabei ist die Reynoldszahl Re der kleinste Wert von Re_x und Re_y , mit:

$$\text{Re}_x = \frac{|u| \cdot x}{\mu} \quad \text{Re}_y = \frac{|u| \cdot y}{\mu} \quad (6.107)$$

Dabei sind x und y die Abstände der Maschenpunkte des Rechnernetzes. Auch im reibungsbehafteten Fall wird der gefundene Zeitschritt mit einem Stabilitätsfaktor multipliziert.

Für große Reynoldszahlen, wie sie in Turbomaschinen vorkommen, ist der Einfluß der Reibungseffekte auf den maximal zulässigen Zeitschritt relativ gering.

7. Rechnungen

Die wichtigsten Eingabedaten für die stationären und instationären Berechnungen sind neben der Geometrie der statische Druck in der Abströmung, sowie, für instationäre Berechnungen, die zeitliche Variation dieses Druckes.

Nachfolgend wird zunächst die Methode beschrieben, nach der diese Drücke bestimmt werden. Anschließend werden die damit erzielten Ergebnisse vorgestellt. Im Prüfstand wird der Austrittsdruck an der Stelle $x=2.164$ gemessen. Mit dem Ziel, für die Rechnung möglichst ähnliche Verhältnisse wie bei der Messung zu erzielen, wurde das Rechennetz (siehe Kapitel 6.1.1) angepaßt. Die Netzknoten liegen bei den folgenden Rechnungen zwischen -0.5×2.1667 , die Einschnürung der Düse liegt zwischen -0.1667×1.1667 . Die Eingabe des sich ändernden Gegendruckes liegt damit an einer Stelle, die der Lage des instationären Druckaufnehmers bei der Messung entspricht, der den Abströmdruck mißt.

Für die hier vorgestellten reibungsfreien Rechnungen wurde ein relativ grobes Rechennetz gewählt: Für die quasi eindimensionalen Rechnungen wurden 81 Rechenknoten in x-Richtung zwischen $x=-0.5$ und $x=2.1667$ regelmäßig verteilt. Bei der 2D-Rechnung wurde in x-Richtung dieselbe Knotenzahl verwendet, in y-Richtung liegen 15 Knoten im Kanal. Einige Berechnungen wurden mit einer doppelt so großen Anzahl Netzknoten durchgeführt, um den Einfluß des Rechennetzes zu überprüfen. Die Ergebnisse mit unterschiedlichen Rechennetzen entsprechen sich (auch den instationären Rechnungen), der Stoß wird mit einem feineren Netz allerdings noch schärfer erfaßt, da die Anzahl Netzknoten zur Stoßerfassung gleich bleibt (die Stoßbreite beträgt zwei Rechenmaschen).

Als Randbedingung am Eintritt wurde die Randbedingung "capacitive" (Kapitel 6.1.5) benutzt. Diese Randbedingung bedingt eine möglichst konstant gehaltene Zuströmung.

Die benutzte Splitting-Methode für die Strömungsinformationen ist die Flux-Vektor-Splitting Methode nach van Leer von 2. Ordnung (siehe Anhang A4). In der Nähe des Verdichtungsstoß wird die Genauigkeit durch den Flux-Limiter auf die 1. Ordnung reduziert, um eine schärfere Erfassung des Stoßes zu erzielen.

7.1 Stationäre reibungsfreie Rechnungen

Bei der Bestimmung des in das Programm einzugebenden Austrittsdruckes aus der Düse wurde zunächst versucht, von gemessenen Drücken an der Stelle $x = 164 \text{ [mm]} \triangleq 2.164 \text{ [-]}$ bei stehendem Erreger (einmal in horizontaler Lage, einmal in vertikaler Lage) auszugehen. Zusammen mit dem ebenfalls gemessenen Totaldruck wäre es möglich, den Druck in der für das Programm notwendigen dimensionlosen Darstellung einzugeben.

Bei Rechnungen mit diesen Werten wurde festgestellt, daß die Stöße nicht an die gemessene Stelle fallen. Die Differenz liegt in der bedeutenden Grenzschicht der Kanalseitenwand (siehe auch Kapitel 8). Das Programm ist nicht dafür ausgelegt, solche Phänomene nachzuvollziehen.

Der am Düsenende festzulegende Austrittsdruck wurde daher mit dem folgenden Verfahren bestimmt:

Um den Vergleich mit den gemessenen Stoßlagen und Stoßamplituden zu ermöglichen, wurde der Austrittsdruck \bar{p}_{outlet} so iteriert, daß die beiden gemessenen Extremlagen auch rechnerisch erreicht wurden.

Mit dem Ziel, die erste Extremlage zu erhalten, wurde eine Serie mit Rechnungen bis zur stationären Lösung durchgeführt. Dabei wurde für jede Rechnung der Austrittsdruck leicht geändert. Beim Erreichen der gewünschten Stoßlage war der erste extreme Druck bekannt: $\bar{p}_{\text{outlet a}}$. Derselbe Vorgang wurde für die zweite Extremlage vorgenommen: $\bar{p}_{\text{outlet b}}$.

Bild 7.1 stellt als Ergebnis einer solchen Iteration den Zusammenhang der Stoßlage mit dem Austrittsdruck für die quasi 1D- und die 2D-Rechnungen dar. Das Ende der Einschnürung der Düse liegt bei $x=1.1667$. Hinter diesem Punkt sind die Düsenbacken parallel. Der rechnerische Stoß kann sich daher bei reibungsfreien Rechnungen nicht zwischen dem Düsenende und dem Ende der Einschnürung einstellen. Wenn ein Stoß durch den eingegebenen Abströmdruck nicht im Bereich der Einschnürung gehalten wird, springt er sofort bis zum Düsenende.

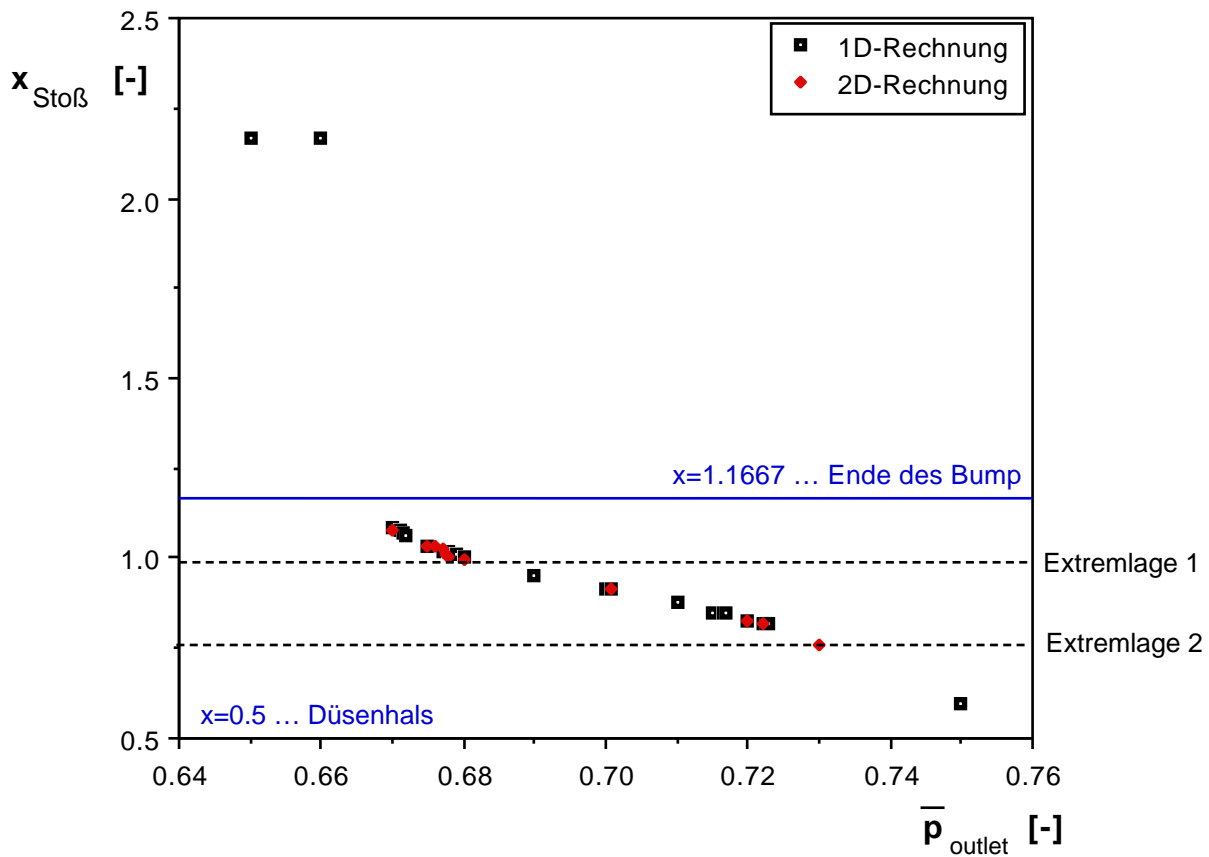


Bild 7.1: Zusammenhang zwischen Austrittsdruck und Stoßposition für die 1D- und die 2D-Rechnungen

Die extremen Stoßlagen aus der Messung mit der Zeilenkamera waren folgende:

Lage 1: $x = 49.3 \text{ [mm]} \triangleq 0.993 [-]$

Lage 2: $x = 25.8 \text{ [mm]} \triangleq 0.758 [-]$

Aus der Iteration mit beiden Programmversionen ergaben sich folgende Austrittsdrücke $\bar{p}_{\text{outlet a}} [-]$ und $\bar{p}_{\text{outlet b}} [-]$:

	$\bar{p}_{\text{outlet a}} [-]$	$\bar{p}_{\text{outlet b}} [-]$
1D-Rechnung	0.6813	0.7326
2D-Rechnung	0.6830	0.7303

Die Unterschiede für beide Programmversionen sind also sehr gering. Sie sind

darauf zurückzuführen, daß der Stoß über der Kanalhöhe in der 1D-Rechnung gerade ist, während er in der 2D-Rechnung leicht durchgebogen ist. Um den Stoß in Kanalmitte an dieselbe Stelle zu legen, müssen daher leicht unterschiedliche Austrittsdrücke eingegeben werden. Die Bilder 7.2 und 7.3 zeigen zum Vergleich den statischen Druckverlauf in Kanalmitte für beide Programmversionen. Bei Bild 7.2 wurde der kleine Austrittsdruck $\bar{p}_{\text{outlet a}}$ zur Berechnung verwendet, bei Bild 7.3 war es der hohe Gegendruck $\bar{p}_{\text{outlet b}}$.

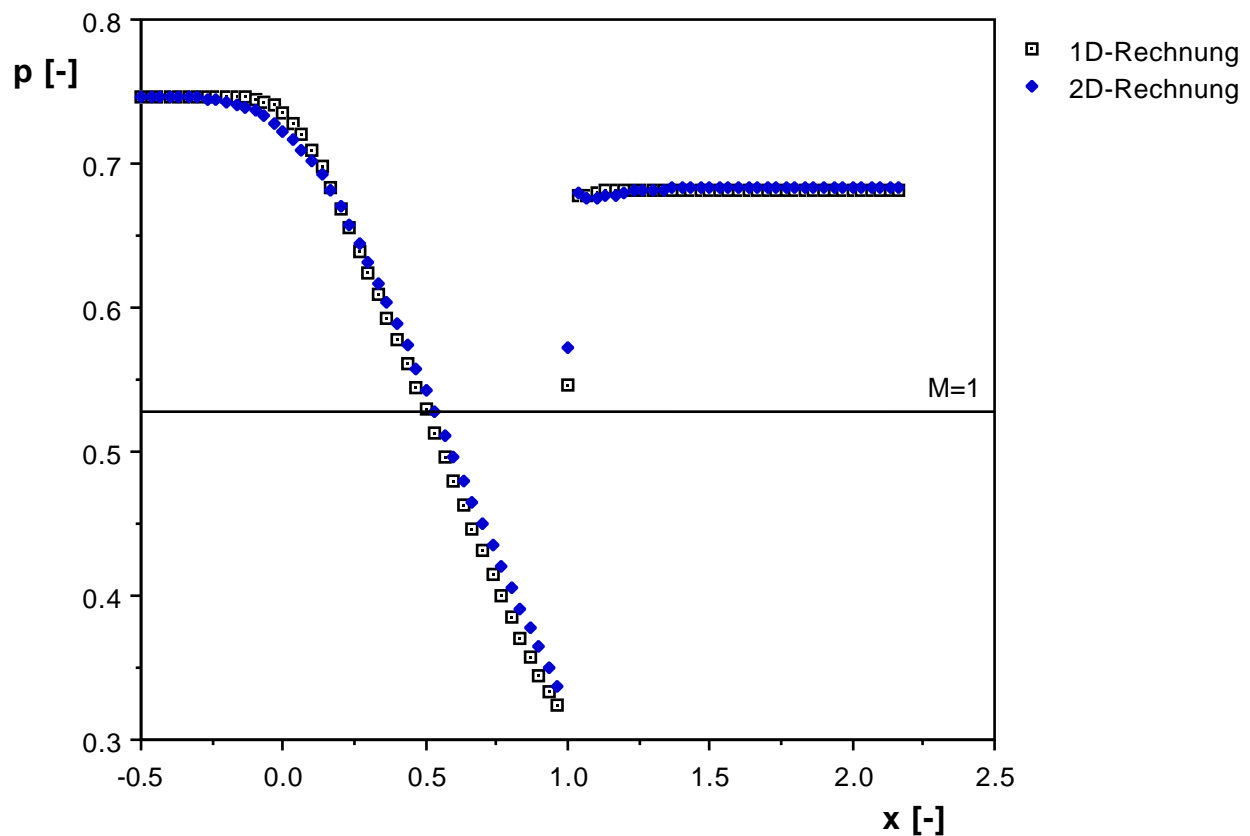


Bild 7.2: Statische Druckverteilung in Kanalmitte bei minimalem Gegendruck (Vergleich der quasi 1D-Rechnung mit der 2D-Rechnung)

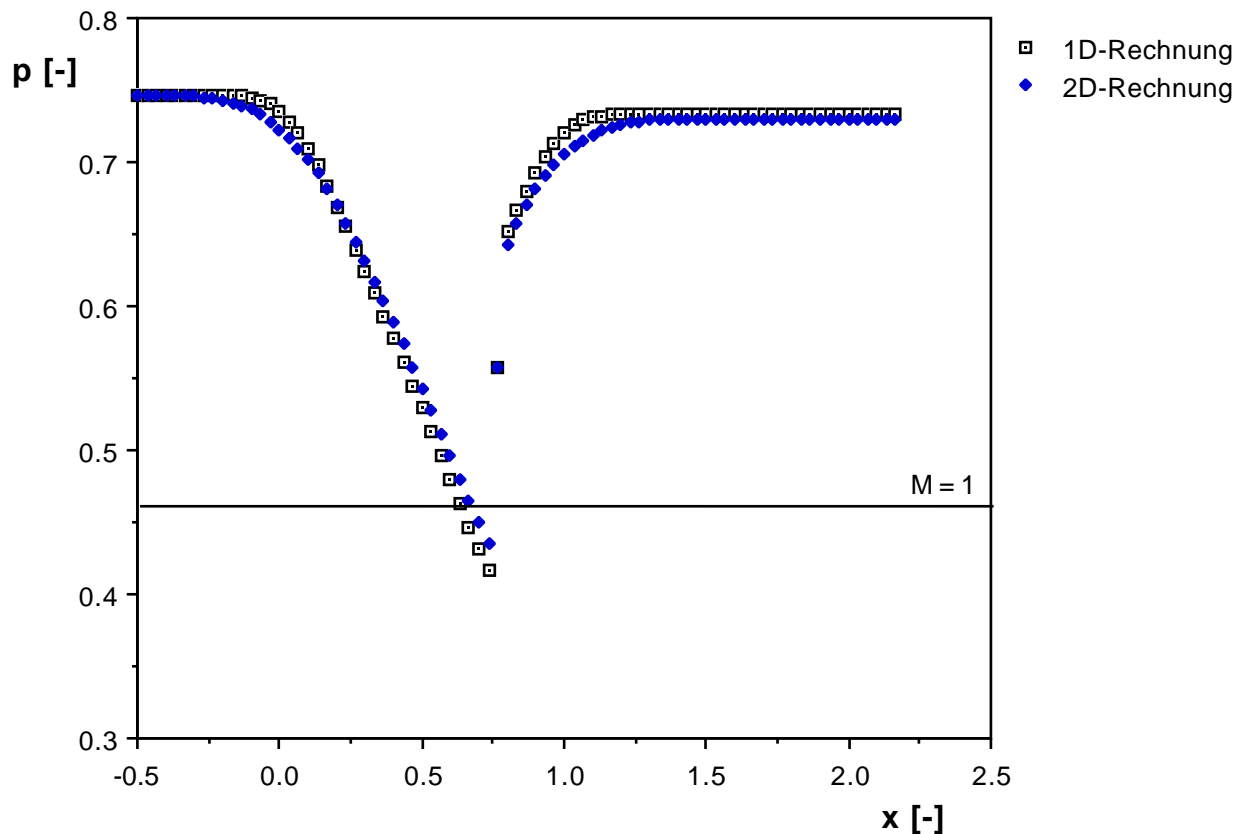


Bild 7.3: *Statische Druckverteilung in Kanalmitte bei maximalem Gegen-
druck (Vergleich der quasi 1D-Rechnung mit der 2D-Rechnung)*

Die Bilder 7.4 und 7.5 zeigen die Linien konstanter Machzahlen, wie sie mit der 2D-Version des Programmes gerechnet wurden. Bild 7.4 wurde mit dem kleineren Austrittsdruck $\bar{p}_{\text{outlet a}}$ berechnet, Bild 7.5 mit dem etwas größeren $\bar{p}_{\text{outlet b}}$. Die Strömungsverhältnisse vor dem Stoß sind identisch, wie es von einer Strömung durch einen blockierten Kanal zu erwarten ist. Nur in der Nähe des Stoßes und hinter dem Stoß treten Unterschiede auf.

Die Bilder geben auch einen Eindruck von der Form des Stoßes: Er ist bei der reibungsfreien Rechnung weniger stark durchgebogen als bei den Messungen festgestellt. Wie bereits bei den Messungen vermutet, zeigt es sich auch hier, daß der Stoß bei kleinem Gegenruck (Bild 7.4) stärker durchgebogen ist als bei hohem Gegenruck (Bild 7.5).

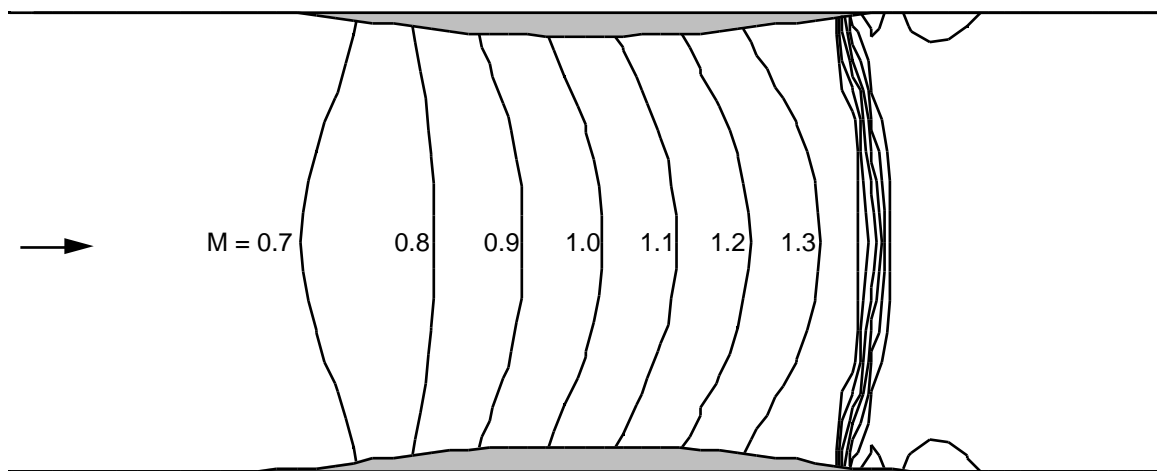


Bild 7.4: Linien konstanter Machzahlen bei minimalem Gegendruck (2D-Rechnung)

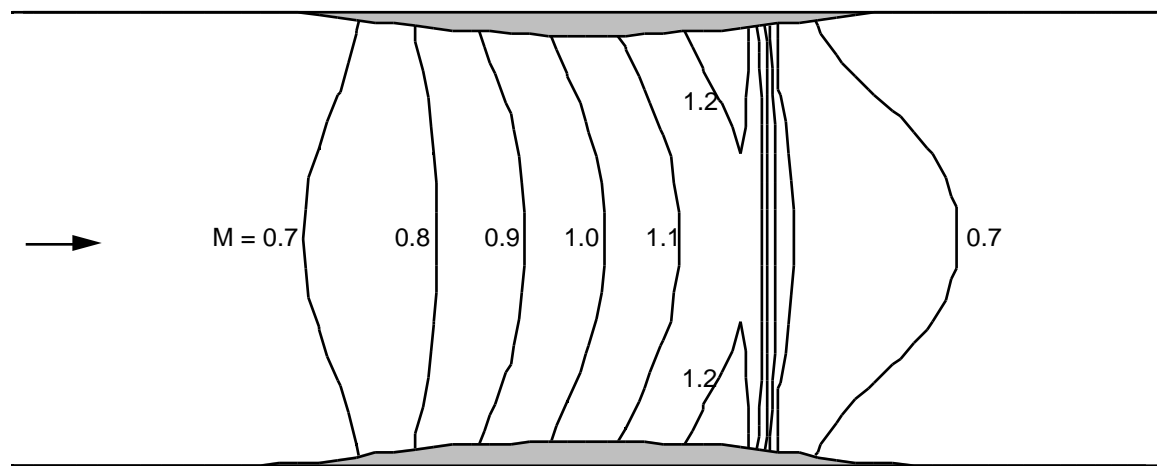


Bild 7.5: Linien konstanter Machzahlen bei maximalem Gegendruck (2D-Rechnung)

7.2 Instationäre reibungsfreie Rechnungen

Aus den für die stationären Rechnungen ermittelten Extremwerten für den Austrittsdruck $\bar{p}_{\text{outlet a}}$ und $\bar{p}_{\text{outlet b}}$ kann für die instationären Rechnungen der mittlere Austrittsdruck \bar{p}_{outlet} und die Druckamplitude $\tilde{p}_{\text{outlet}}$ für eine Erregungsfrequenz von 0 Hz, also quasi-stationäre Verhältnisse, bestimmt werden:

$$\bar{p}_{\text{outlet}} = \frac{\bar{p}_{\text{outlet a}} + \bar{p}_{\text{outlet b}}}{2} \quad (7.1)$$

$$\tilde{p}_{\text{outlet}} = \frac{|\bar{p}_{\text{outlet a}} - \bar{p}_{\text{outlet b}}|}{2} \quad (7.2)$$

Aus der Iteration mit beiden Programmversionen ergaben sich damit folgende Austrittsdrücke und Druckamplituden:

	$\bar{p}_{\text{outlet a}}$ [-]	$\bar{p}_{\text{outlet b}}$ [-]	\bar{p}_{outlet} [-]	$\tilde{p}_{\text{outlet}}$ [-]
1D-Rechnung	0.6813	0.7326	0.70699	0.02569
2D-Rechnung	0.6830	0.7303	0.70664	0.02364

Bei den Messungen hatte sich gezeigt, daß die Druckamplitude an der Stelle p8 (siehe Kapitel 5.2), an der bei den Rechnungen der Austrittsdruck \bar{p}_{outlet} und seine Variation $\tilde{p}_{\text{outlet}}$ festgelegt werden ($x = 2.1667$), mit zunehmender Frequenz abnahm (siehe Bild 5.14). Dies wurde bei den instationären Rechnungen berücksichtigt. Die Druckamplitude wurde daher im gleichen Maße verringert, wie dies bei den Messungen im Vergleich zu den stationären Zuständen der Fall war. Tabelle 7.1 listet die für die verschiedenen Frequenzen benutzten Druckamplituden für die 1D-Rechnungen auf, Tabelle 7.2 gilt für die 2-D Rechnungen.

Frequenz [Hz]	2-Amplitude p8 [mbar] aus Messung	Faktor [-]	$\tilde{p}_{\text{outlet}}$ [-] für 1D-Rechnung
0	65	1	0.02568
20	62	0.954	0.02344
40	53	0.815	0.02093
68	51	0.785	0.02016
80	48	0.738	0.01895
100	48	0.738	0.01895
120	44	0.677	0.01739
140	44	0.677	0.01739
160	41	0.631	0.01620
180	39	0.600	0.01541

Tabelle 7.1: Amplitude des instationären Abströmdrucks $\tilde{p}_{\text{outlet}}$ in Abhängigkeit von der Erregungsfrequenz bei den quasi 1D-Rechnungen

Frequenz [Hz]	2-Amplitude p8 [mbar] aus Messung	Faktor [-]	$\tilde{p}_{\text{outlet}}$ [-] für 2D-Rechnung
0	65	1	0.02364
20	62	0.954	0.02255
40	53	0.815	0.01927
68	51	0.785	0.01856
80	48	0.738	0.01745
100	48	0.738	0.01745
120	44	0.677	0.01600
140	44	0.677	0.01600
160	41	0.631	0.01492
180	39	0.600	0.01418

Tabelle 7.2: Amplitude des instationären Abströmdrucks $\tilde{p}_{\text{outlet}}$ in Abhängigkeit von der Erregungsfrequenz bei den 2D-Rechnungen

Bild 7.6 zeigt einen Vergleich der Stoßamplituden, die mit der 1D-Version des Programmes berechnet wurden. Dabei wurde einmal die Druckamplitude $\tilde{p}_{\text{outlet}}$ für alle Frequenzen konstant gehalten, einmal wurden die Druckamplituden entsprechend Tabelle 7.1 angepaßt.

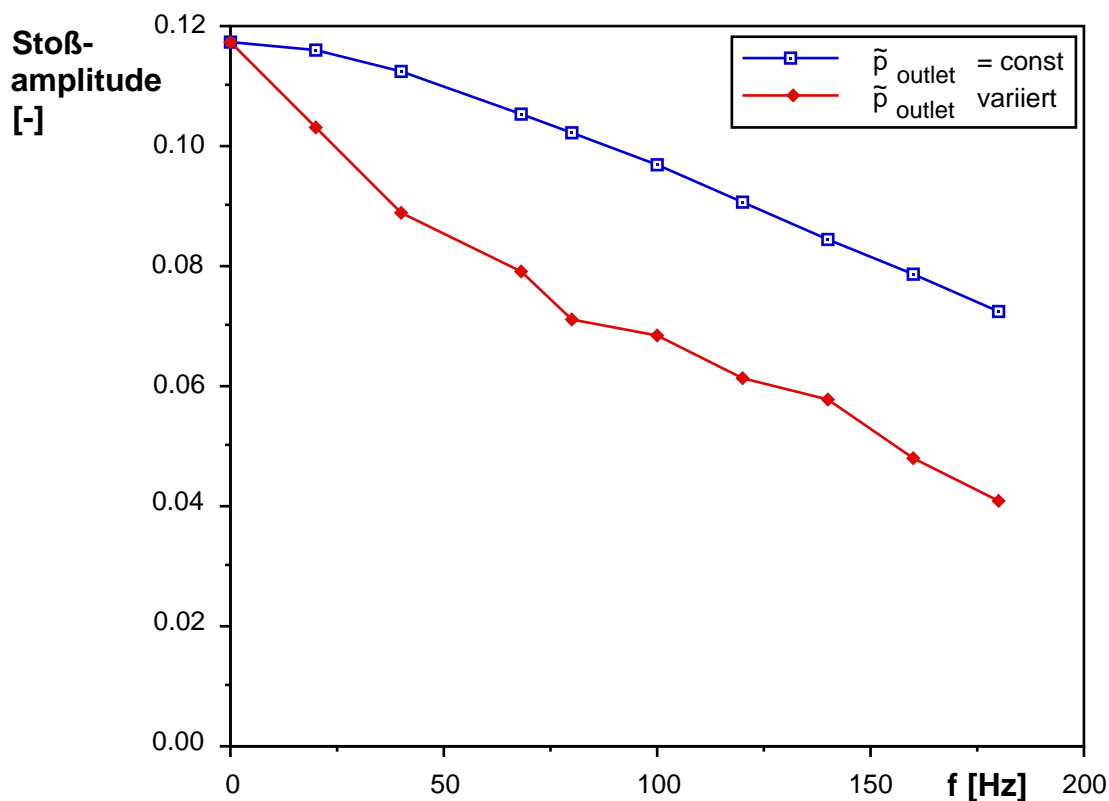


Bild 7.6: Vergleich der Stoßamplitude für konstant gehaltenen Druckamplitude $\tilde{p}_{\text{outlet}}$ mit variierten Druckamplitude $\tilde{p}_{\text{outlet}}$

Mit den so gewonnenen Eingabedaten wurden mit beiden Programmversionen Rechnungen für dieselben Erregungsfrequenzen durchgeführt, die auch bei den Messungen untersucht wurden. Bei allen Rechnungen wurden, ausgehend von der stationären Lösung, mehrere Erregungszyklen gerechnet, um sicher zu sein, daß die betrachtete instationäre Lösung eine periodische Lösung ist und nicht nur eine Übergangsphase von der stationären bis zur instationären periodischen Lösung. Bild 7.7 zeigt die berechneten instationären Stoßlagen, Bild 7.8 die Stoßamplituden. Beide Programmversionen erzielen ähnliche Ergebnisse. Für kleine Frequenzen (< 100 Hz) besteht eine kleine Abweichung in der Stoßamplitude, für höhere Frequenzen ist die Übereinstimmung vollkommen. Die Unterschiede bei den niedrigen Frequenzen könnten dadurch verursacht sein, daß noch keine völlig periodische Lösung vorlag, als die Stoßlagen ermittelt wurden.

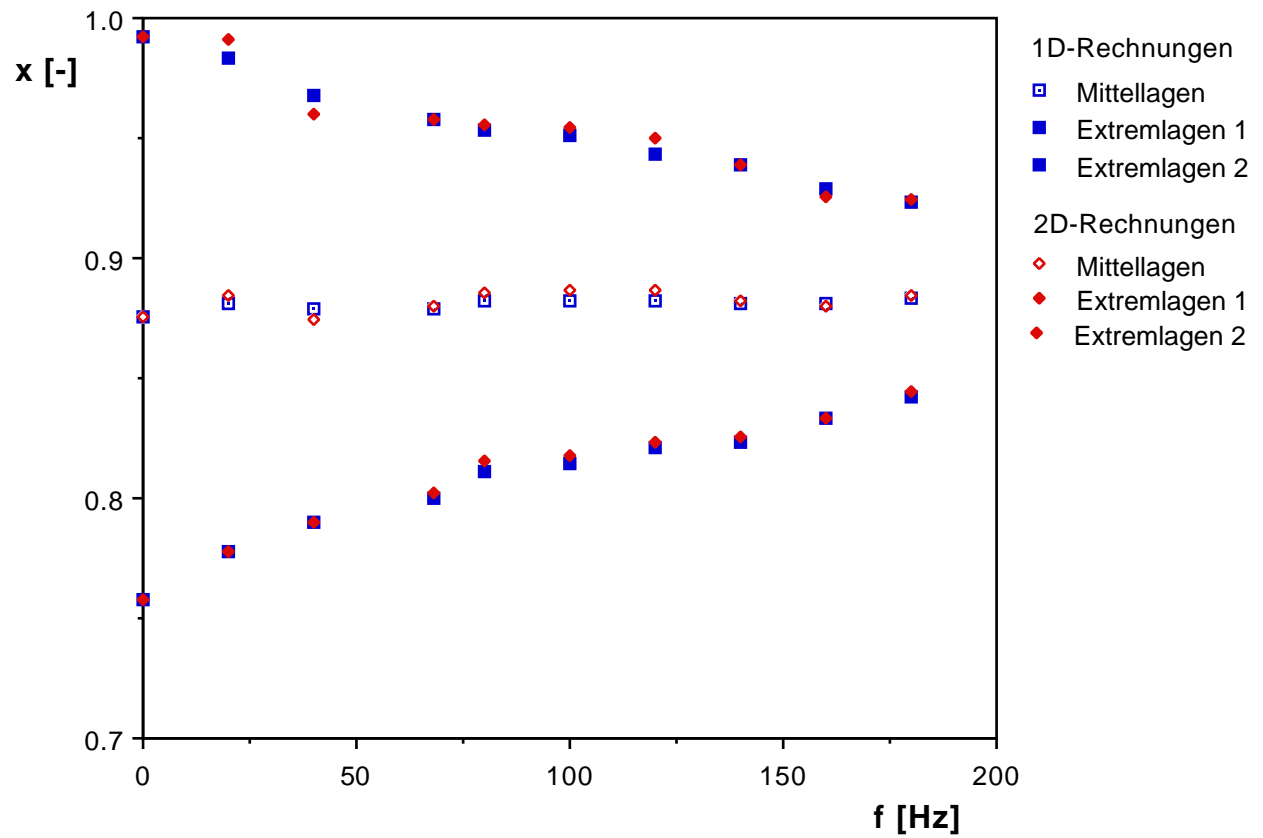


Bild 7.7: Mit den beiden Programmversionen berechnete instationäre Stoßlagen

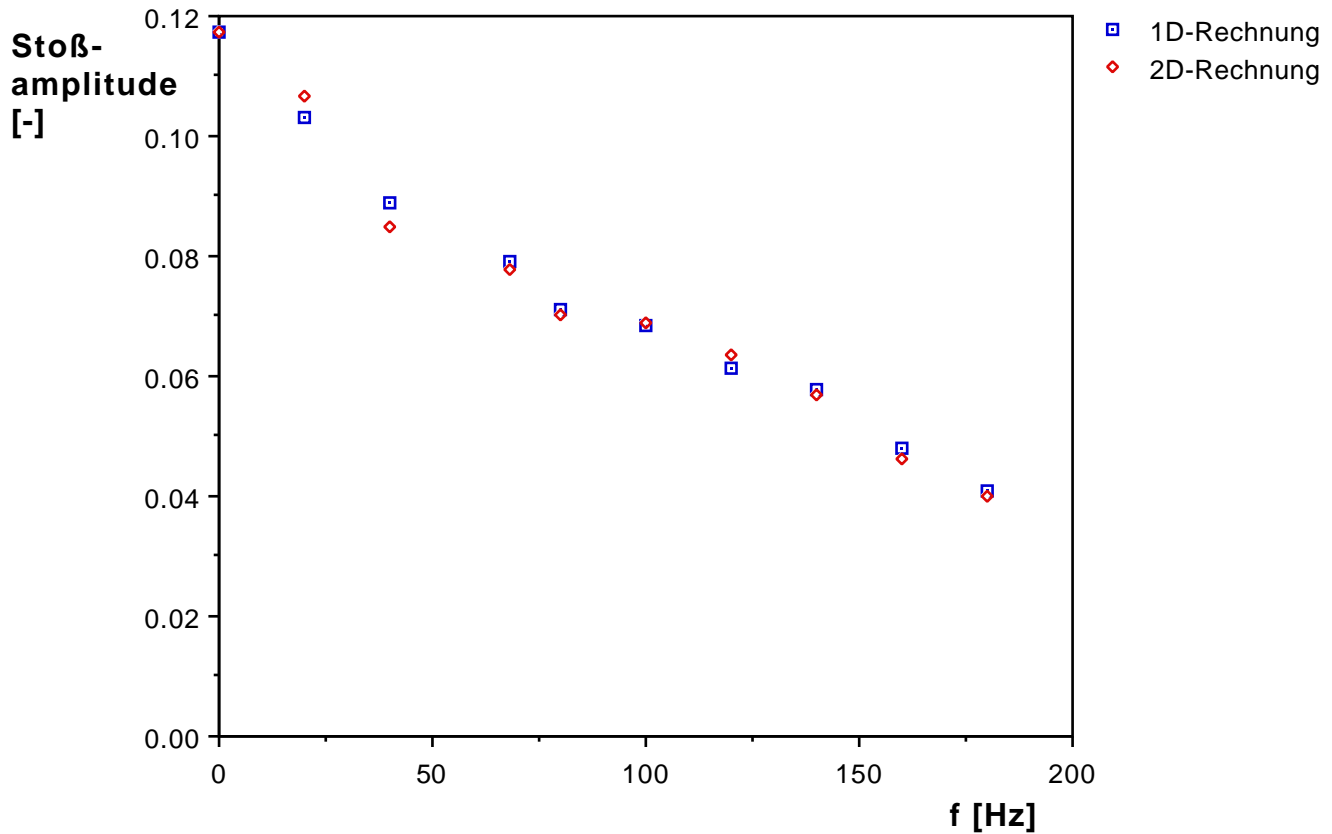


Bild 7.8: Mit den beiden Programmversionen berechnete Stoßamplituden

Die Bilder 7.9 (120 Hz) und 7.10 (180 Hz) zeigen den berechneten Druckverlauf für unterschiedliche Frequenzen. Die Rechnungen wurden mit der 2D-Version des Programmes durchgeführt. Die gezeigten Drücke liegen in der Kanalmitte. In beiden Bildern werden die Drücke an denselben Stellen gezeigt:

- bei $x = 0.8$ [-] (der Stoß liegt immer hinter dieser Stelle)
- bei $x = 0.9$ [-] (der Stoß läuft immer über dieser Stelle hin- und her)
- bei $x = 1.0$ [-] (der Stoß liegt immer vor dieser Stelle)
- bei $x = 2.1667$ [-] (der Austrittsdruck p_{outlet} wird an dieser Stelle vorgegeben)

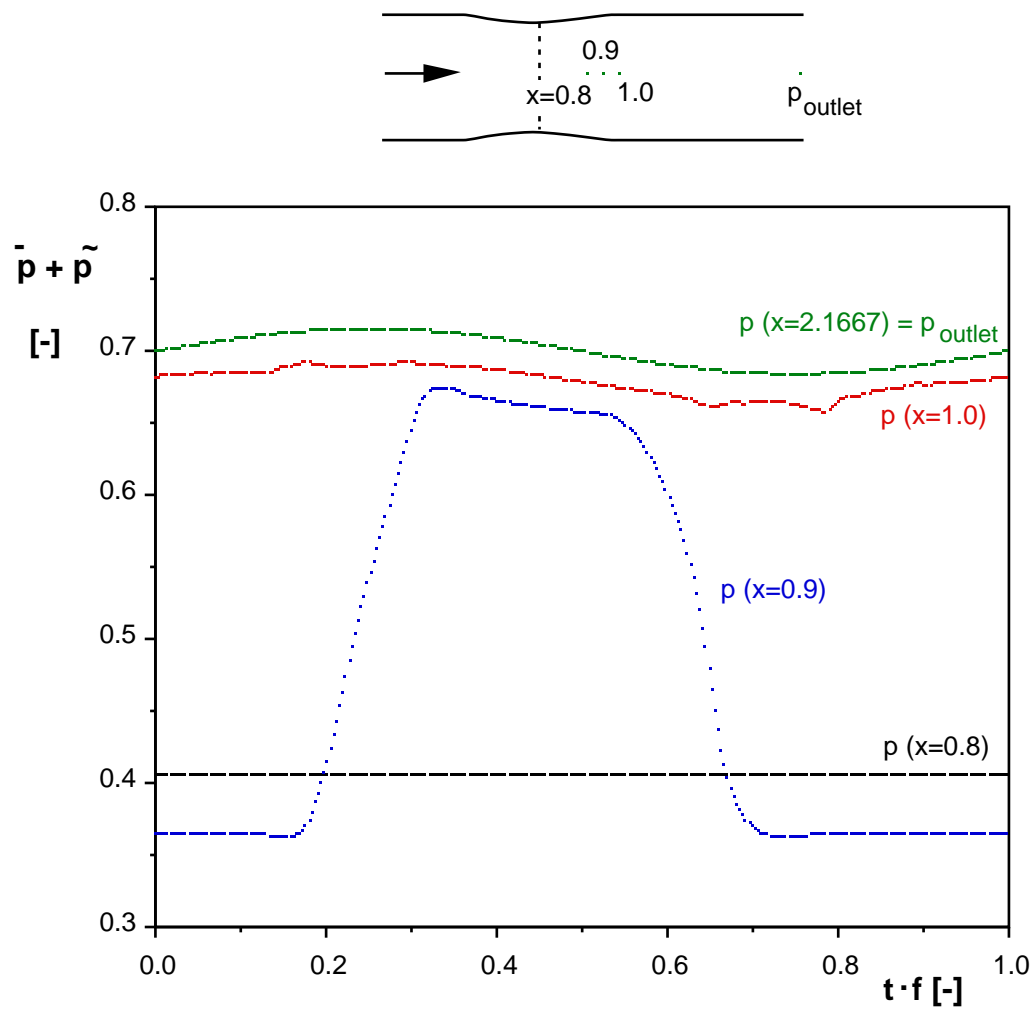


Bild 7.9: Druckverlauf an unterschiedlichen Stellen bei einer Erregungsfrequenz von 120 Hz

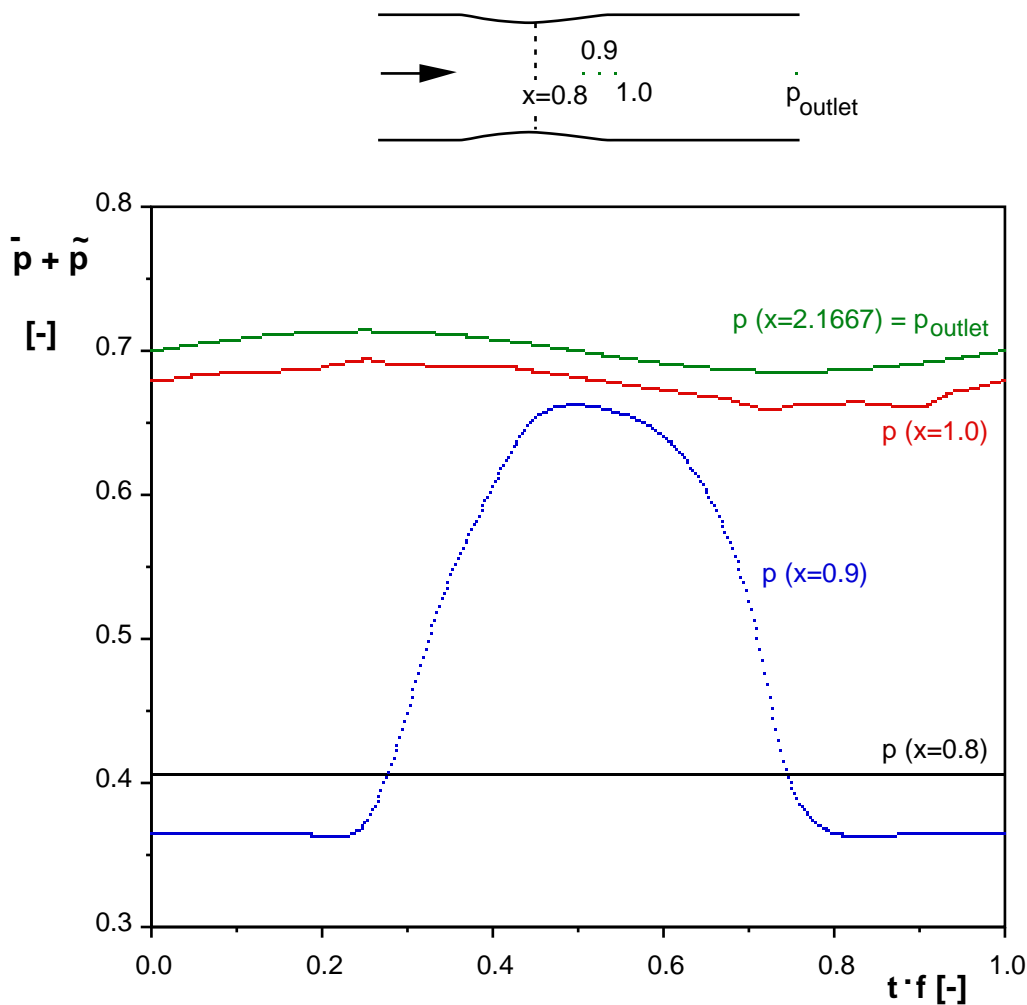


Bild 7.10: Druckverlauf an unterschiedlichen Stellen bei einer Erregungsfrequenz von 180 Hz

In den nachfolgenden Bildern 7.11 bis 7.13 werden die berechneten instationären Drücke mit der instationären Stoßposition in Zusammenhang gebracht. Eingezeichnet sind die Drücke für einige Rechenpunkte (p39 [$x=0.766$] bis p45 [$x=0.966$]), deren Lage in Bezug zur momentanen Stoßlage dargestellt ist. Es werden auch hier die Bilder für die Erregungsfrequenzen 20 Hz, 80 Hz und 180 Hz vorgestellt, um einen Vergleich mit den entsprechenden Messungen zu ermöglichen (siehe Kapitel 5.2). Aus dieser Darstellung kann entnommen werden, wann an einem Punkt ein Signal eintrifft und wo zu diesem Zeitpunkt der Stoß steht. Der wellenförmige Verlauf der Stoßlage rührt von der Interpolation zwischen den einzelnen Rechenpunkten her.

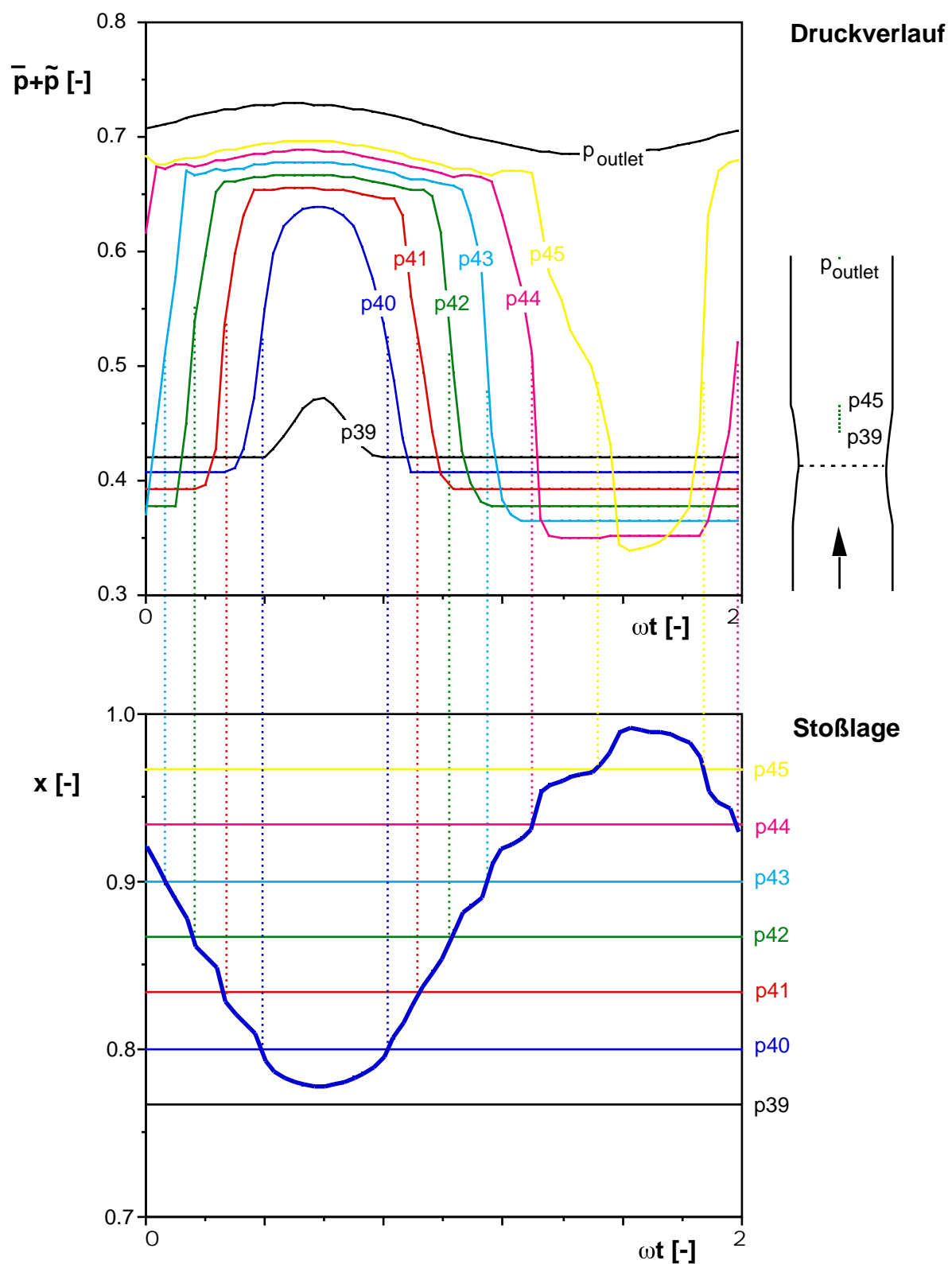
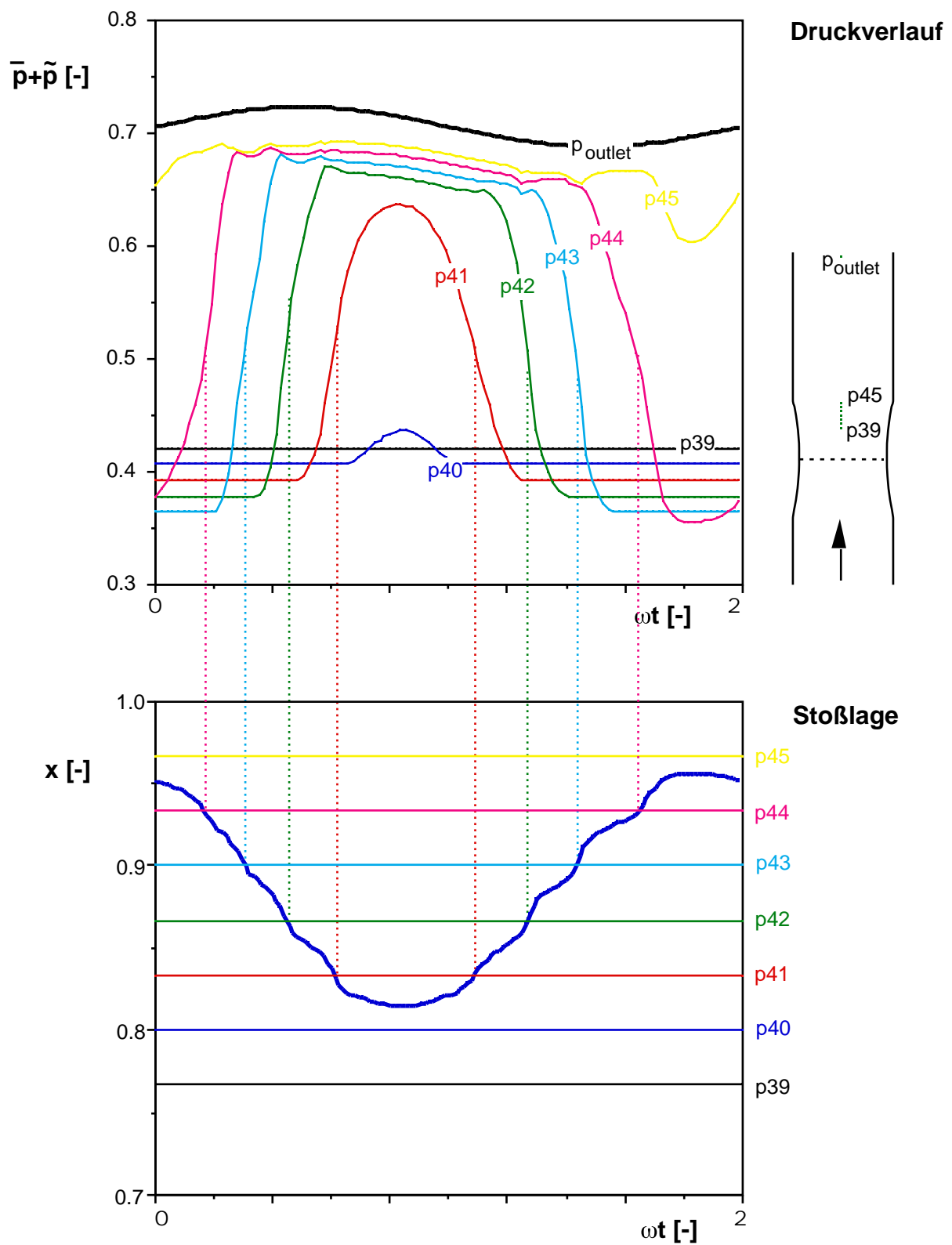


Bild 7.11: Zusammenhang zwischen der Stoßposition und den berechneten instationären Drücken bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz



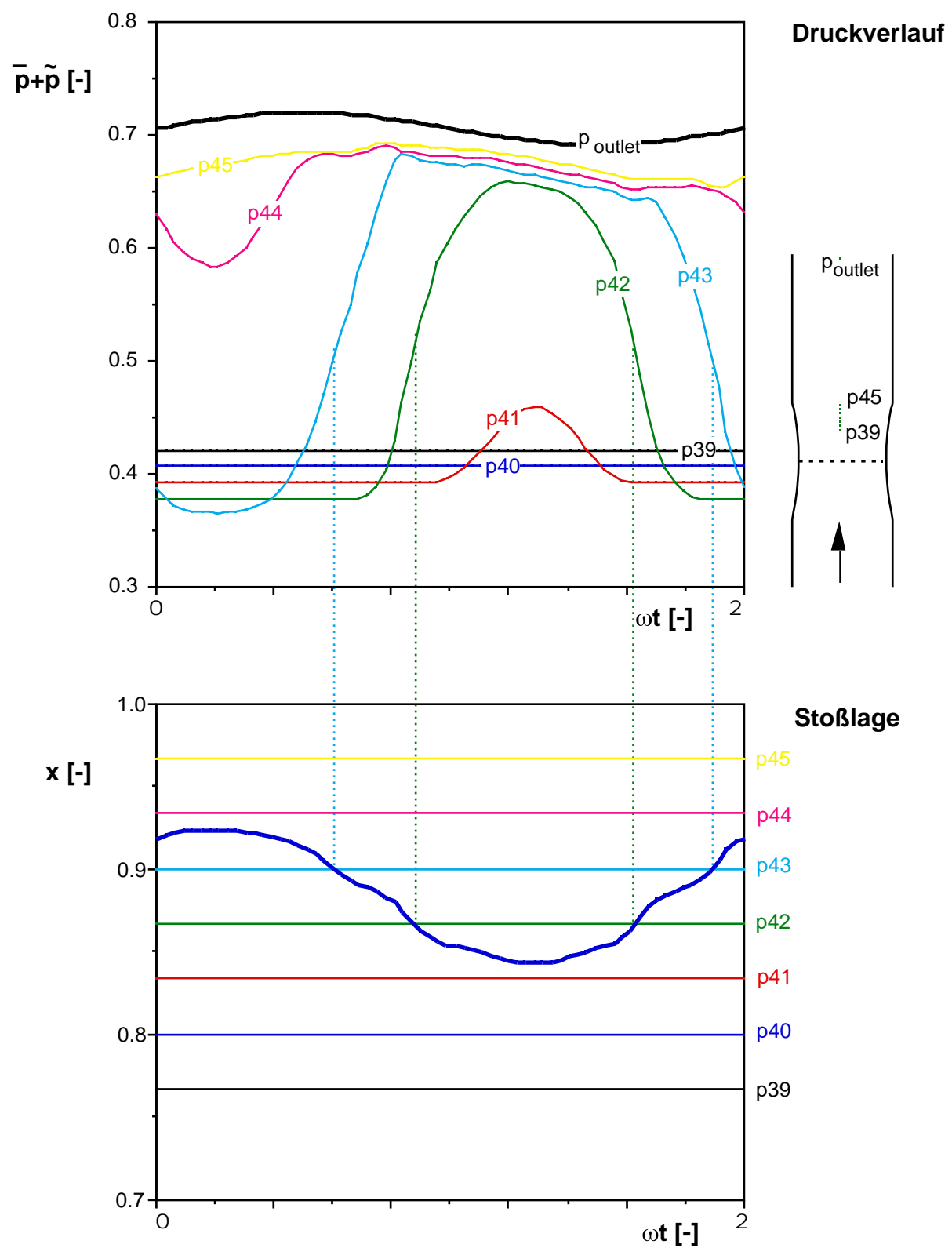


Bild 7.13: Zusammenhang zwischen der Stoßposition und den berechneten instationären Drücken bei einer Erregungsfrequenz von 180 Hz

In diesen Bildern ist zu sehen, daß bereits ein Druckanstieg zu verzeichnen ist, bevor der Stoß an der Stelle, für den der Druck aufgezeichnet ist, erscheint. Dies ist allerdings darauf zurückzuführen, daß die Stoßlage dadurch gefunden wird, daß die momentane Lage des Stoßes aus der Lage und den Geschwindigkeiten der beiden Punkte, die gerade noch im Überschall, bzw. gerade schon im Unterschall liegen, interpoliert wird. Das heißt, daß beide Punkte bereits von der Annäherung des Stoßes beeinflusst sind (zur Erinnerung: Der Stoß wird auf 2 Rechenpunkte genau erfaßt). Eine Änderung des lokalen Druckes beginnt also in dem Moment, an dem der Stoß den Nachbarpunkt passiert hat. Der Druckanstieg bzw. Druckabfall ist beendet, sobald der Stoß den anderen Nachbarpunkt ebenfalls passiert hat. Bei genauer Betrachtung der Bilder wird dies bestätigt. Auf diese Weise kann auch erklärt werden, warum z.B. der Druck p39 bei einer Erregungsfrequenz von 20 Hz (Bild 7.11) eine Druckvariation verzeichnet. Er müßte eigentlich vollkommen konstant sein, da er immer im Überschallfeld liegt und in diesen Rechnungen keine Reibungseffekte berücksichtigt werden, durch die er den Einfluß vom Stoßes erhalten könnte.

Dies bedeutet, daß die Flanken der Druckverläufe vom Abstand des Maschen-netzes abhängt. Mit einer genügend feinen Verteilung der Rechenpunkte könnte ein nahezu rechteckiger Druckverlauf erzielt werden.

7.3 Stationäre reibungsbehaftete Rechnungen

Zur Überprüfung der reibungsbehafteten Strömungsrechnungen mit dem vorliegenden Programm wurden zunächst Rechnungen mit den Gleichungen nach den Thin-Layer-Navier-Stokes Vereinfachungen an einer ebenen Platte mit dem Ziel durchgeführt, Vergleiche mit dem Grenzschichtprofil nach Blasius anzustellen.

Es wurde zu diesem Zweck eine Geometrie erzeugt, die eine Düse mit parallelen Wänden darstellt. Die Kanalwände stellen dabei zwei ebene Platten dar. Die Größenordnungen der Düse sind wie folgt:

Gesamtlänge des berechneten Strömungsfeldes:	$x = 2$
Anströmung ohne Seitenwände:	$-0.5 \leq x \leq 0.$
parallele Seitenwände:	$0 \leq x \leq 1.5$
Entfernung der Seitenwände:	$y = 1$

Damit eine Grenzschicht vernünftig berechnet werden kann, ist es notwendig, in der Nähe der Kanalwände sehr viele Netzpunkte in y-Richtung zu konzentrieren. Es wurde daher notwendig, die Anzahl der Netzpunkte in y-Richtung zu erhöhen. Die nachfolgenden Ergebnisse wurden mit einem Maschennetz erhalten, bei dem in x-Richtung 62 Netzpunkte regelmäßig verteilt waren. In y-Richtung waren es 61 Netzpunkte, wobei jeweils 22 Punkte äquidistant in einem Bereich von 0.007 [-] an den beiden Seitenwänden konzentriert waren. Die restlichen Netzpunkte wurden nach einer geometrischen Reihe im restlichen Kanal verteilt.

Die Strömungsbedingungen bei den Rechnungen waren folgende:

Machzahl am Eintritt	0.675 [-]
statischer Druck am Austritt	0.73694 [-]

Die Rechnungen wurden mit unterschiedlichen Reynoldszahlen durchgeführt: $1 \cdot 10^4$, $1 \cdot 10^5$ und $1 \cdot 10^6$. Bei der Prandtl-Zahl wurden die Werte 0.72 und 1 (adiabate Strömung) benutzt.

Für die Geschwindigkeitsgrenzschicht ergaben sich keine Unterschiede zwischen den Ergebnissen mit $Pr=0.72$ und $Pr=1.0$. Unterschiede treten nur bei der in der Nähe der Wand auf. In Bild 7.14 werden stellvertretend die berechneten Geschwindigkeitsprofile für $Pr=1.0$ vorgestellt. Dabei wurden mehrere Reynoldszahlen untersucht. Die Grenzschichten sind für den Punkt $x=0.5$, also in einem gewissen Abstand von der Vorderkante der Platte, eingezeichnet.

Zum Vergleich wurde das universelle Grenzschichtprofil von Blasius verwendet [Incropera, DeWitt, 1985, S. 315]. Die Darstellung wurde entsprechend gewählt.

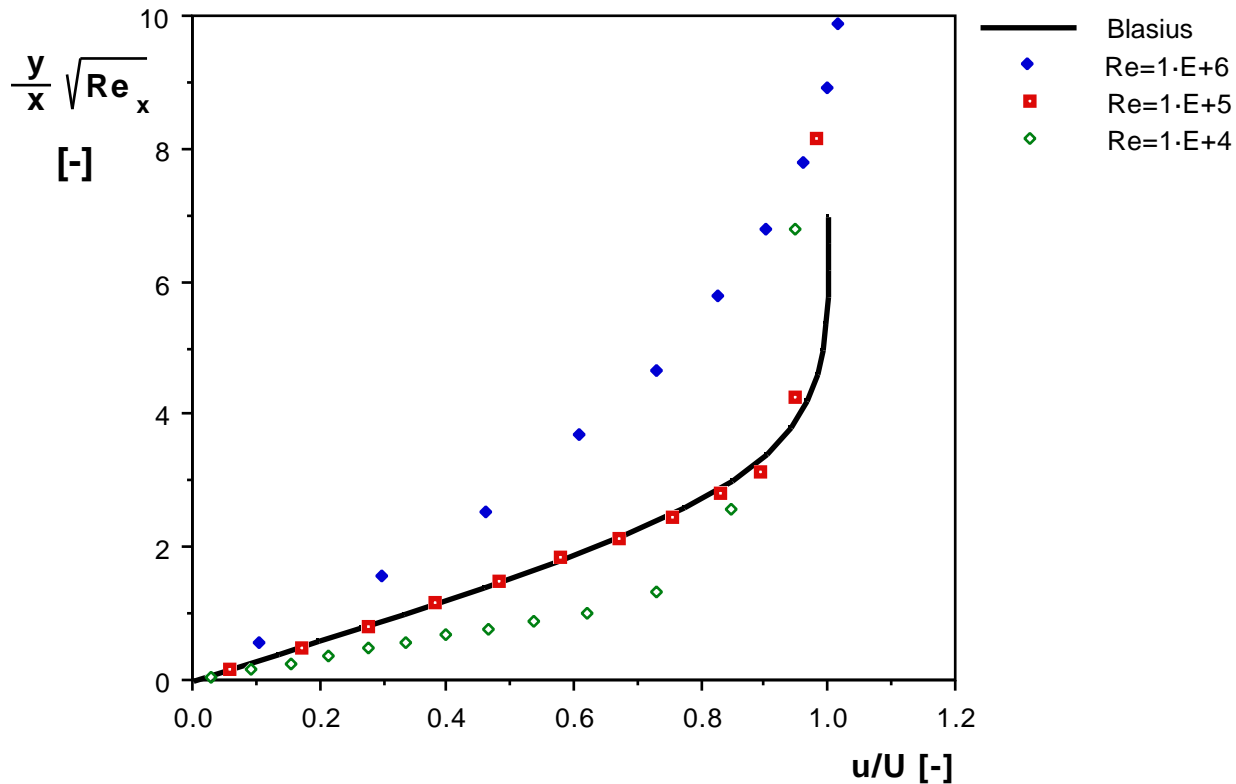


Bild 7.14: Vergleich der Grenzschichtrechnungen mit der Thin-Layer-Navier-Stokes-Version für unterschiedliche Reynoldszahlen mit dem universellen Grenzschichtprofil nach Blasius

Bild 7.15 zeigt für eine Reynoldszahl von $1 \cdot 10^5$ und einer Prandtl-Zahl von 1.0 die Ähnlichkeit der Grenzschichtprofile entlang der ebenen Platte. Auch hier wird mit dem universellen Grenzschichtprofil nach Blasius verglichen. Es zeigt, sich, daß die Ähnlichkeit entlang der Platte nicht perfekt gegeben ist. Anscheinend sind die Maschen des Rechnernetzes noch zu weit voneinander entfernt.

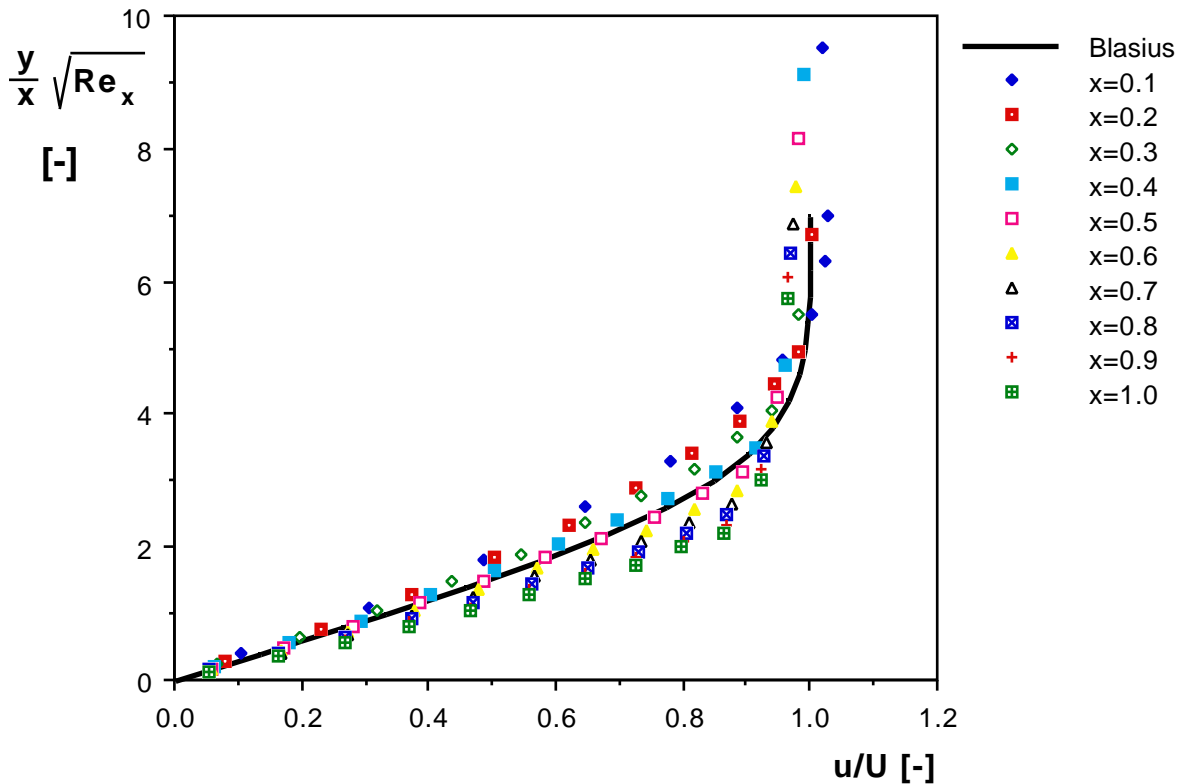


Bild 7.15: Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsgrenzschichten entlang der Schaufel für die Thin-Layer-Navier-Stokes-Version

Zur Untersuchung des Einflusses des Rechnernetzes wurde noch eine Rechnung mit der Full-Navier-Stokes-Version des Programmes durchgeführt, bei der in x-Richtung 122 Punkte regelmäßig verteilt waren (Bild 7.16). In y-Richtung wurden 100 Punkte nach einer geometrischen Reihe verteilt. Dabei entsteht in Wandnähe ein sehr kleiner Abstand der Rechenpunkte voneinander. Dies führt dazu, daß die zulässige Fortschrittsgeschwindigkeit, also das Zeitinkrement pro Zeitschritt, der Rechnung sehr klein ist. Es müssen also sehr viele Zeitschritte durchgeführt werden, bis die Rechnung vollständig stationär ist. Im vorliegenden Falle wurden 50000 Zeitschritte durchgeführt. Diese Rechnung benötigte eine reine Rechenzeit (CPU) von 10 Stunden auf einem Cray2-Computer. Es muß allerdings hinzugefügt werden, daß das Grenzschichtprofil bereits nach 10000 Zeitschritten weitgehend mit dem oben gezeigten Profil übereinstimmt. Die Rechnung bis 50000 Zeitschritte

wurde bis zur völligen Konvergenz durchgeführt, um die Frage zu klären, ob die Rechnung stabil ist, oder ob sie eventuell divergiert. Die Ergebnisse zeigen, daß die Methode stabil ist.

Die Strömungsbedingungen bei den Rechnungen waren folgende:

Machzahl am Eintritt	0.468 [-]
statischer Druck am Austritt	0.85 [-]
Reynoldszahl	$1 \cdot 10^4$ [-]
Prandtl-Zahl	1 [-]

Es zeigt sich, daß die beste Übereinstimmung mit dem Geschwindigkeitsprofil nach Blasius [Incropera, DeWitt, 1985, S. 315] bei der Reynoldszahl $Re=1 \cdot 10^4$ zu erzielen ist. Die Ähnlichkeit der Grenzschichtprofile für die Geschwindigkeit (Bild 7.16) und die Temperatur (Bild 7.17) entlang der ganzen Platte ist sehr zufriedenstellend.

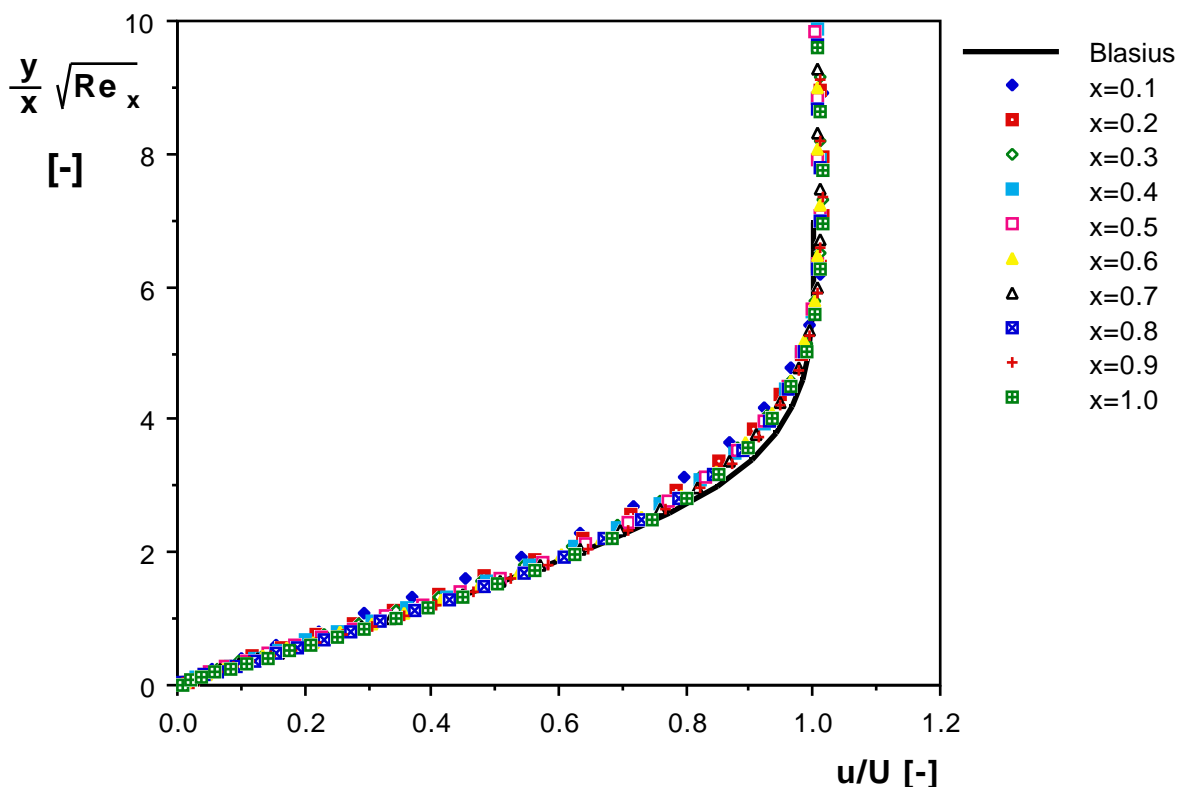


Bild 7.16: Ähnlichkeit der Geschwindigkeitsgrenzschichten entlang der Platte für die Full-Navier Stokes-Version

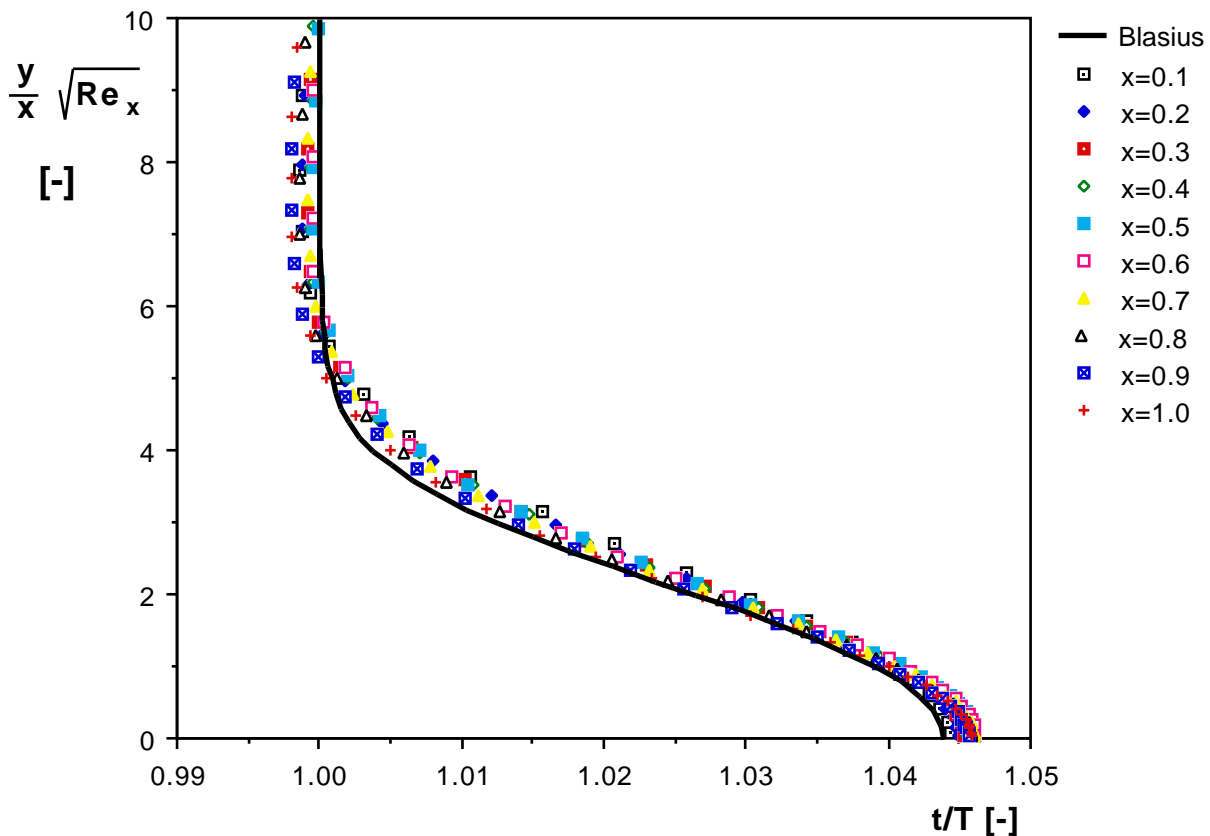


Bild 7.17: Ähnlichkeit der Temperaturgrenzschichten entlang der Platte für die Full-Navier-Stokes-Version

Beim Vergleich der berechneten Werte für die Oberflächenspannung (Skin Friction) c_f mit der Lösung nach Blasius [Incropera, DeWitt, 1985, S. 316] gibt es Abweichungen von der theoretischen Kurve (siehe Bild 7.18). Ein Grund für diese Abweichungen könnte in der Tatsache liegen, daß die berechnete Strömung nicht inkompressibel ist, die Lösung nach Blasius aber nur für inkompressible Strömungen gilt. Ein anderer Grund ist die Tatsache, daß die Oberflächenspannung als sehr schwierig zu bestimmender Wert gilt. Deshalb müßten zur Extrapolation der Wandwerte vier bis fünf Nachbarpunkte herangezogen werden [Ryhming, 1991]. In der momentanen Fassung des Programmes werden nur zwei Nachbarpunkte zur Extrapolation benutzt.

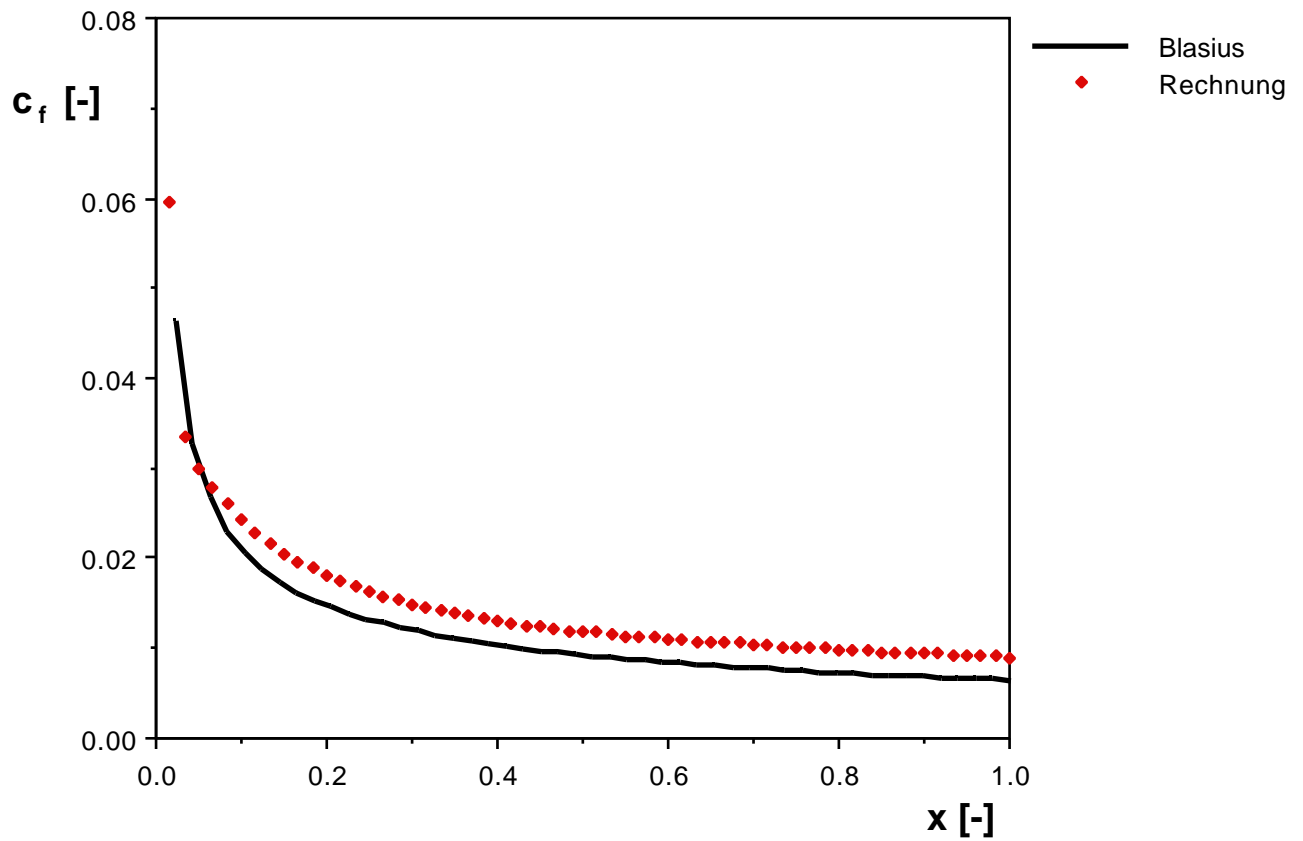


Bild 7.18: Oberflächenspannung c_f entlang der Platte für die Full-Navier-Stokes-Version

Bild 7.19 schließlich zeigt die Entwicklung der Grenzschicht mit Linien gleicher Machzahl in der Nähe der Platte.

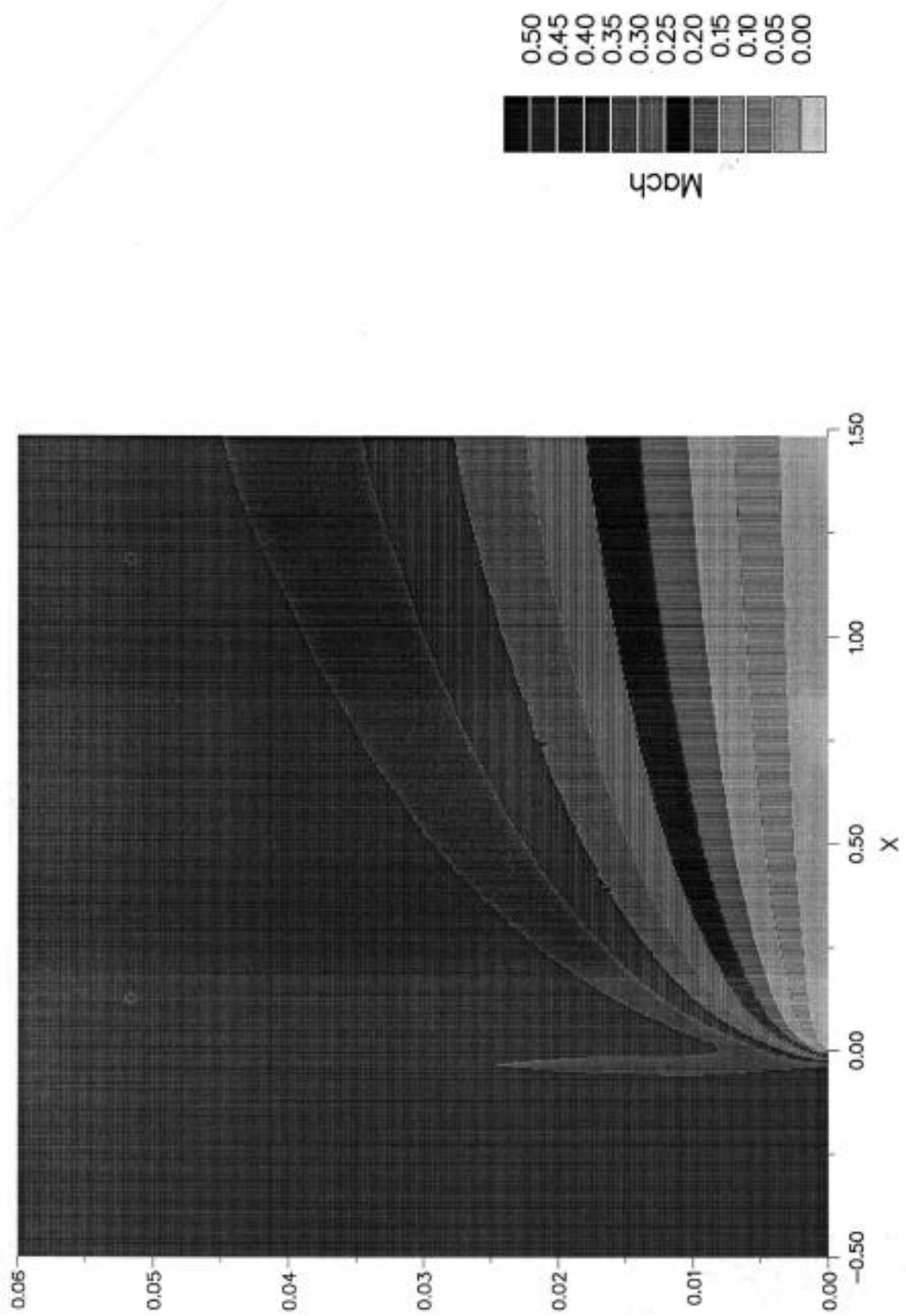


Bild 7.19: Entwicklung der berechneten Grenzschicht an einer ebenen Platte

Eine weitere Anwendung der Version Full-Navier-Stokes ist die Berechnung der Strömung durch ein Gitter bestehend aus DCA-Profilen. Das verwendete Gitternetz besteht aus 122 Punkten in x-Richtung und 100 Punkten in y-Richtung. Auch diese Rechnung wurde bis 50000 Zeitschritte durchgeführt, um sicher zu sein, daß eine stationäre Lösung vorliegt.

Die Schaufeln des Gitters haben eine Sehnenlänge $c=1$ und liegt zwischen $0 \leq x \leq 1$. Die Teilung t/c beträgt 0.7. Der Staffelungswinkel beträgt 0° .

Die Strömungsbedingungen bei den Rechnungen waren folgende:

Machzahl am Eintritt	0.614 [-]
Anströmwinkel	24.48°
statischer Druck am Austritt	0.75283 [-]
Reynoldszahl	$1 \cdot 10^4$ [-]
Prandtl-Zahl	0.72 [-]

Die nachfolgenden Bilder zeigen die Geometrie und die Strömung. Bild 7.20 stellt die Linien gleicher Machzahl für das gesamte Strömungsfeld dar. Es ist deutlich zu sehen, daß die Strömung bei ungefähr $x=0.75$ ablöst. Diese Ablösung ist in Bild 7.21 noch deutlicher zu sehen. Dieses Bild stellt einen Ausschnitt des vorhergehenden Bildes dar. Gleichzeitig zeigt es die Struktur des Rechengitters.

Bild 7.22 schließlich zeigt die Strömungsvektoren für denselben Ausschnitt. Hier ist der Wirbel in der Ablösezone deutlich sichtbar.

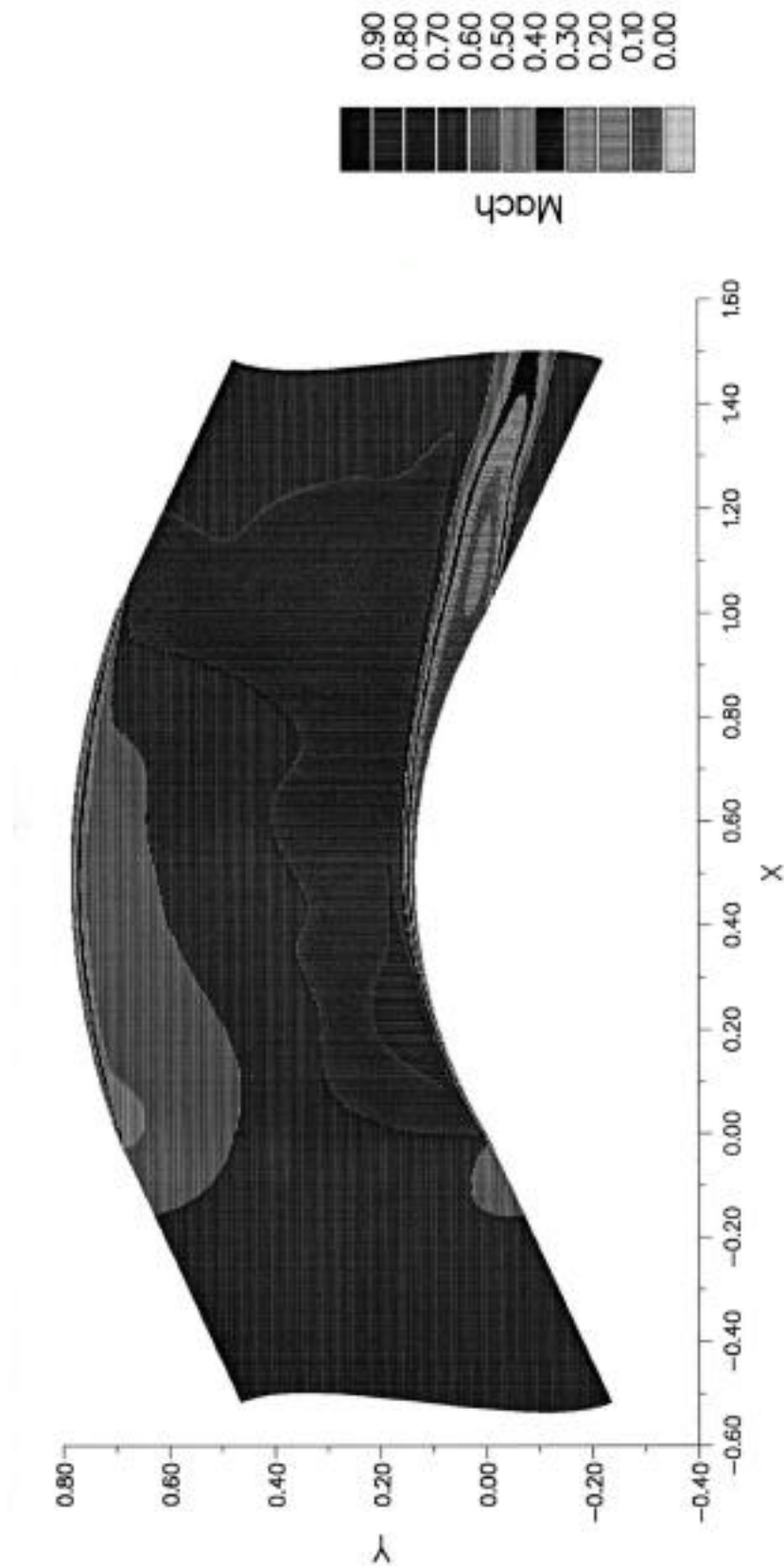


Bild 7.20: Berechnetes Strömungsfeld in einem aus DCA-Profilen bestehenden Gitter

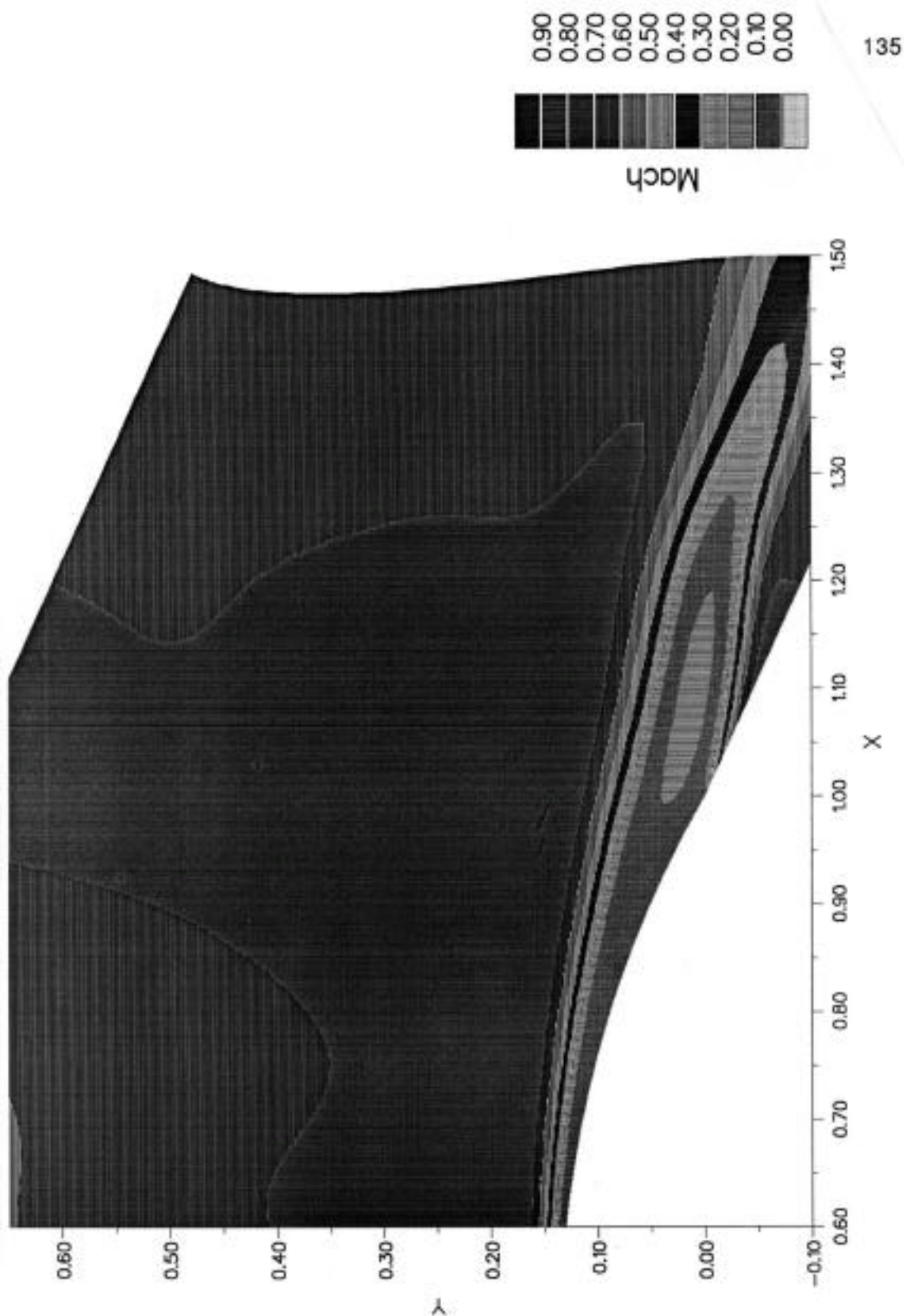


Bild 7.21: Berechnetes Strömungsfeld in einem aus DCA-Profilen bestehenden Gitter (Ausschnitt aus Bild 7.20)

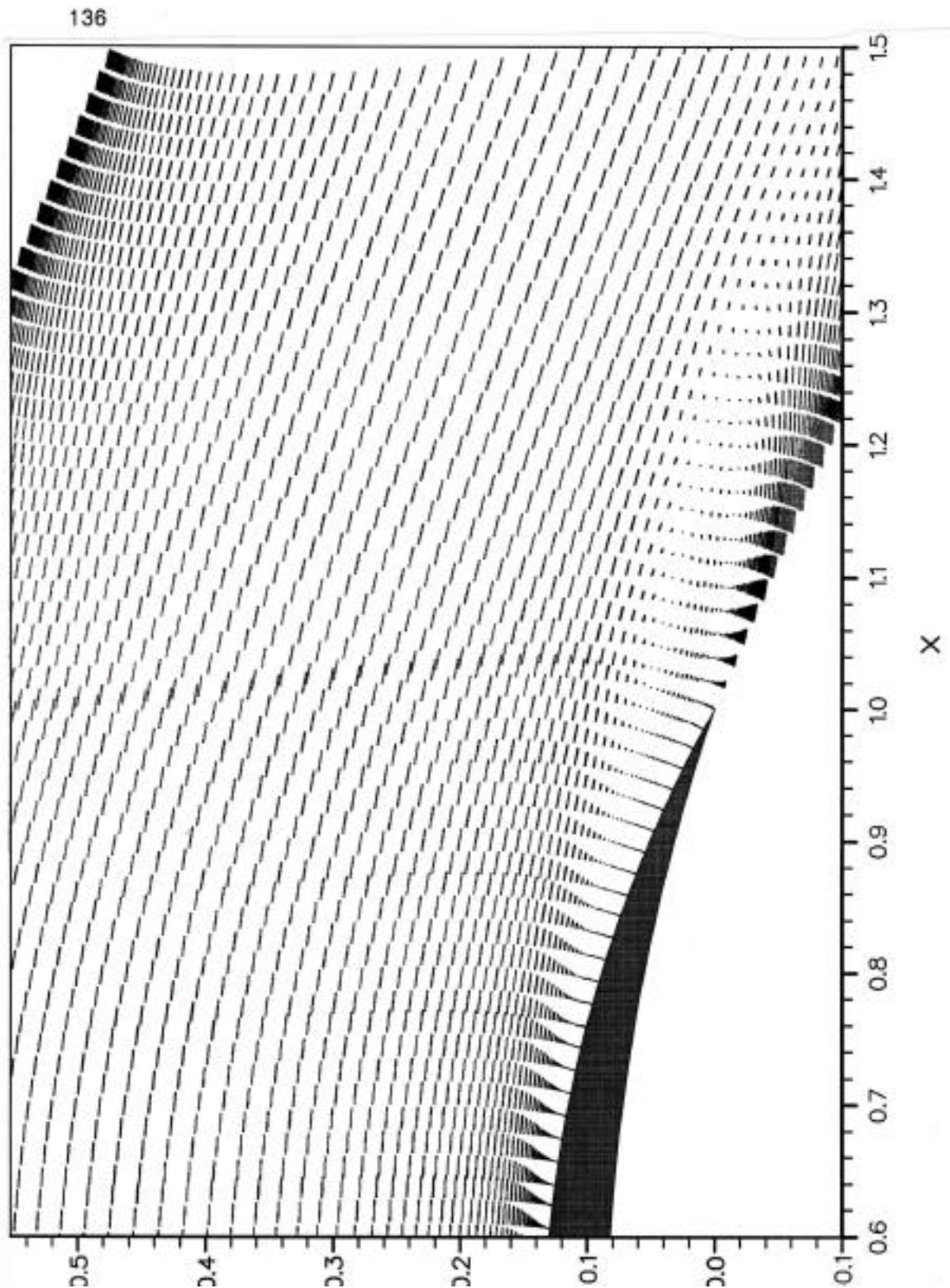


Bild 7.22: Strömungsvektoren in einem berechneten Strömungsfeld in einem aus DCA-Profilen bestehenden Gitter

Zusammenfassend ist zu diesen Grenzschichtrechnungen zu sagen, daß das Programm in der Lage ist, korrekte Grenzschichten zu berechnen, daß der Aufwand an Rechenzeit für eine gute Auflösung dieser Grenzschicht jedoch enorm ist. Es kann daher nicht angeraten werden, solche Berechnungen mit diesem Programm durchzuführen. Wenn etwas weniger Gewicht auf die Genauigkeit des Grenzschichtprofils gelegt wird, kann ein etwas groberes Netz verwendet werden, was zu einer Reduzierung der Rechenzeit führt. Damit kann der qualitative Grenzschichteffekt auf den Rest der Strömung berücksichtigt werden, ohne allzu lange Rechnungen durchführen zu müssen.

Bild 7.23 zeigt ein Beispiel dafür. Es vergleicht die statischen Druckverläufe aus zwei Rechnungen mit denselben Eingabedaten für die Geometrie der experimentell untersuchten Düse miteinander. Eine Rechnung wurde reibungsfrei durchgeführt, die zweite wurde mit der Full-Navier-Stokes-Version mit einer Reynoldszahl $Re=1 \cdot 10^6$ berechnet. Dabei wurde ein Rechennetz von nur 60×28 Netzpunkten im Kanal benutzt. Aus diesem Bild ist ersichtlich, daß aufgrund der Reibungseinflüsse an den Düsenbacken bei Eingabe desselben Austrittsdruckes der Stoß weiter stromauf im Kanal liegt. In den nicht vom Stoß beeinflussten Strömungsgebieten ergeben sich übereinstimmende Ergebnisse. Um den Stoß mit einer reibungsfreien Rechnung an dieselbe Position zu zwingen, muß ein höherer Austrittsdruck eingegeben werden. Diese Feststellungen werden wichtig beim Vergleich der Rechnungen mit den durchgeführten Messungen in Kapitel 8.

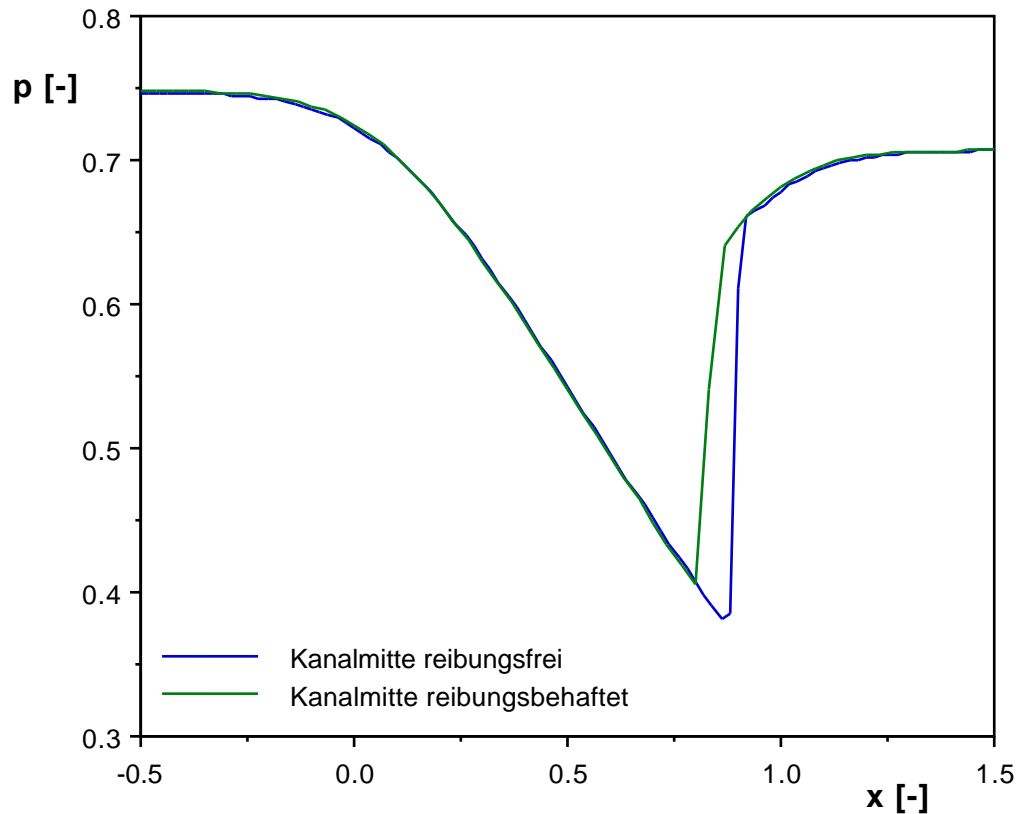


Bild 7.23: Vergleich einer reibungsfreien Rechnung mit einer reibungsbehafteten Rechnung (Full-Navier-Stokes mit $Re=1 \cdot 10^6$) bei ansonsten gleichen Eingabewerten

7.4 Instationäre reibungsbehaftete Rechnungen

Instationäre reibungsbehaftete Rechnungen benötigen ebenso wie stationäre reibungsbehaftete Rechnungen ein sehr feines Maschennetz an den Kanalwänden. Daher ergibt sich auch hier ein sehr kleines Zeitfortschrittsintervall pro Zeitschritt. Dies bedeutet, daß eine Rechnung ebenfalls viel Zeit braucht, um eine konvergierte stationäre Lösung zu finden. Von diesem Moment an werden mehrere Erregungszyklen benötigt, bis eine periodische instationäre Lösung vorliegt. Da ein Zeitschritt sehr klein ist, nimmt jede Periode eine große Anzahl von Zeitschritten in

Anspruch. Hinzu kommt, daß die Berechnung eines Zeitschrittes aufgrund der großen Anzahl Netzkpunkte bereits relativ lange dauert.

Aus diesem Grunde kann nicht geraten werden, instationäre reibungsbehaftete Rechnungen mit diesem Programm in seiner momentan vorliegenden Ausführung durchzuführen. Es gibt Möglichkeiten, die Rechnungen zu beschleunigen (siehe Kapitel 11). Diese sollten angewandt und erst anschließend die instationären Rechnungen durchgeführt werden.

8. Vergleich zwischen Messung und Rechnung

In diesem Kapitel werden einige der Ergebnisse aus Messung und Rechnung aus den beiden vorhergehenden Kapiteln direkt gegenübergestellt und verglichen. Eine Diskussion der aufgetretenen Unterschiede soll versuchen, diese zu erklären, sowie ihre Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit und die Anwendbarkeit des Rechenprogramms zu bestimmen. Außerdem lassen sich aus den Unterschieden zwischen reibungsbehafteten Messungen und reibungsfreien Rechnungen Schlüsse über die Auswirkungen der Grenzschichten auf die stationäre und instationäre Strömung ziehen.

8.1 Stationäre Strömung

Zunächst wird die stationäre Strömung verglichen. In Kapitel 7 wurde bereits darauf hingewiesen, daß ein direkter Vergleich der gerechneten statischen Druckverteilung mit den gemessenen Druckwerten nicht zufriedenstellend ist, wenn der gemessene Austrittsdruck direkt zur Durchführung der Rechnung verwendet wird. Bild 7.23 zeigt, daß eine reibungsfreie Rechnung von einem höheren Austrittsdruck ausgehen muß, wenn die Stoßlage dieselbe sein soll, wie bei reibungsbehafteten Rechnungen. Dasselbe gilt auch für Messungen, die immer reibungsbehaftet sind. Wie ebenfalls in Kapitel 7 bereits erklärt wurde, wurde daher die folgende Vorgehensweise angewandt:

- Aus der Messung sind die extremen Stoßpositionen (einmal mit horizontalem, einmal mit vertikalem Erreger) bekannt.
- Rechnungen mit unterschiedlichen Austrittsdrücken wurden durchgeführt, mit dem Ziel, in der Rechnung dieselbe Stoßposition zu erhalten wie gemessen.
- Die beiden so gefundenen Austrittsdrücke ergeben den mittleren Austrittsdruck \bar{p}_2 , sowie (für die instationären Rechnungen) die Amplitude des Austrittsdruckes \tilde{p}_2 .

Bild 8.1 zeigt die statische Druckverteilung von Messung und Rechnung für die

beiden Extremfälle. Die Druckverteilung wurde in Kanalmitte gemessen und die Rechenergebnisse stammen ebenfalls von der Kanalmitte einer Rechnung mit der 2D-Version des Rechenprogrammes (81 x 15 Rechenpunkte).

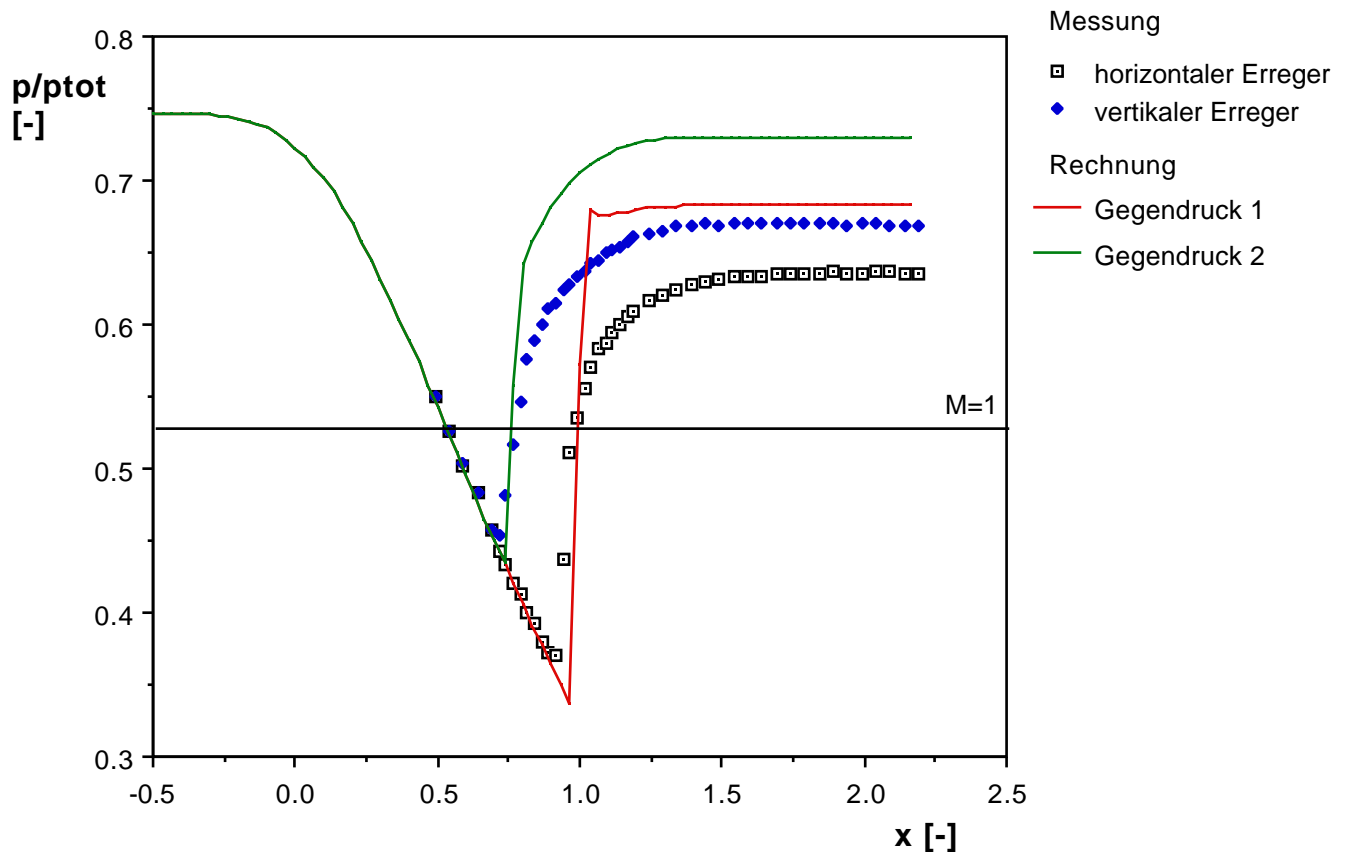


Bild 8.1: Vergleich der statischen Druckverteilung in Kanalmitte zwischen Messung und Rechnung

Der Vergleich der Kurven zeigt eine perfekte Übereinstimmung der Werte bis zum Stoß. Hinter dem Stoß jedoch ergeben sich beträchtliche Unterschiede:

Der statische Druck p_2 aus der Messung bezogen auf den Totaldruck beträgt 0.636 [-] bei horizontalem Erreger. Der statische Druck p_2 aus der Rechnung, die demselben Strömungszustand entspricht, beträgt 0.68 [-]. Der Unterschied von 7 % ist nicht vernachlässigbar.

Detaillierte Betrachtungen der Rechenergebnisse ergaben, daß der durch den Verdichtungsstoß verursachte Totaldruckverlust korrekt berechnet wird. Die zu-

sätzlich auftretenden Verluste müssen daher anderswo gesucht werden.

Die Rechnung ist reibungsfrei. Wäre es möglich, daß die Verdickung der Grenzschicht hinter dem Stoß, die vom Rechenprogramm nicht berücksichtigt wird, für diese Verluste verantwortlich ist?

Mit Hilfe der Formel 8.1 nach Bölcs [1991] soll abgeschätzt werden, ob die Unterschiede dadurch erklärt werden können. Mit dieser Formel läßt sich das Stromdichteverhältnis für eindimensionale Strömungen unter Berücksichtigung der Veränderung des Totalzustandes bestimmen.

$$A_1 \cdot Sd_1 = \frac{p_{w2}}{p_{w1}} \cdot \sqrt{\frac{T_{w1}}{T_{w2}}} \cdot A_2 \cdot Sd_2 \quad (8.1)$$

Dabei wird die Strömung als eindimensional angenommen. Weiterhin wird davon ausgegangen, daß die Verluste sich in einer Verringerung der durchströmten Fläche A ausdrücken.

Das Totaldruckverhältnis und das Totaltemperaturverhältnis werden als 1 angenommen: Die Rechnung beginnt erst hinter dem Verdichtungsstoß.

Der Zustand 1 entspricht dabei dem gerechneten Strömungszustand, der Zustand 2 dem gemessenen. Es wird also eine Strömung durch einen Kanal mit parallelen Wänden angenommen, in der die Strömung durch Reibungsverluste vom gerechneten Zustand in den gemessenen Zustand übergeht.

Die Stromdichtezahl Sd kann aus dem statischen Druckverhältnis wie folgt berechnet werden:

$$Sd = \frac{\frac{p}{p_{tot}}^{\frac{1}{2}} \cdot 1 - \frac{p}{p_{tot}}^{-\frac{1}{2}}}{\frac{2}{+1} \cdot \frac{1}{-1} - \frac{-1}{+1} \cdot \frac{1}{2}} \quad (8.2)$$

Für die Querschnittsfläche A_2 ergibt sich also:

$$A_2 = \frac{Sd_1}{Sd_2} \cdot A_1 \quad (8.3)$$

Es ergeben sich dann folgende Verhältnisse:

Rechnung:	$p/p_{\text{tot}} = 0.683$	$S_d = 0.94540$
Messung:	$p/p_{\text{tot}} = 0.636$	$S_d = 0.97399$

$$A_2 = 0.9706 \cdot A_1 \quad (8.4)$$

Die durchströmte Fläche verringert sich also um ungefähr 3 %. Unter der Annahme, daß diese Abnahme der Querschnittsfläche nur auf die Zunahme der Grenzschicht (Verdrängungsdicke δ^*) an den beiden Seitenwänden zurückzuführen ist, kann abgeschätzt werden, daß die Grenzschichtverdrängungsdicke an einer Wand ungefähr um den folgenden Betrag zunehmen muß:

$$\delta^* = \frac{1}{2} (1 - 0.9706) \cdot 80 \text{ mm} = 0.59 \text{ mm} \quad (8.5)$$

Bei den Messungen wurde eine Größenordnung für die Zunahme der Grenzschichtverdrängungsdicke von ungefähr 0.32 mm gefunden (siehe Kapitel 5.1). Diese Verdrängungsdicke wurde an der Stelle $x=60 \text{ mm}$ ($\Delta x=1.1 [-]$) festgestellt, der oben geschätzte Wert dagegen gilt für eine Lage von $x=2.1667$. Unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Verdickung der Grenzschicht zwischen diesen beiden Stellen, sowie der Tatsache, daß auch die Grenzschichten auf den Düsenbacken einen Beitrag leisten, und somit die Verdrängungsdicke auf den Seitenwänden etwas geringer ausfallen muß, liegen Messung und Abschätzung durchaus in derselben Größenordnung.

Die Unterschiede zwischen Rechnung und Messung für die stationäre Strömung sind also durch die Vergrößerung der Grenzschichtverdrängungsdicke in der Düse, verursacht vor allem an den Seitenwänden, erklärbar.

Bei Vergleichen zwischen Messungen und Berechnungen der Strömung durch Schaufelgitter dürften solche Unterschiede nur in sehr kleinem Maße auftreten. Die Berechnungen finden an einem Schnitt einer relativ langen Schaufel statt, daher sind keine Seitenwandeinflüsse zu erwarten. Die Grenzschicht auf den Schaufeln selbst ist nur relativ dünn, denn sie beginnt erst an der Schaufelvorderkante und die Schaufel ist erheblich kürzer als die Düsenbacke einer Düse. Die Grenzschicht bildet sich also weniger stark aus. Daher müßten Vergleiche zwischen Messungen und Rechnungen in Schaufelgittern bei direkter Benutzung des gemessenen statischen Austrittsdruckes für die Rechnung eine gute Übereinstimmung selbst der statischen Druckverteilung ergeben.

Bild 8.2 soll den Unterschied zwischen Rechnung und Messung verdeutlichen. Dargestellt ist der Druckverlauf durch eine Düse für unterschiedliche Austrittsdrücke. Bei der Rechnung treten außer den Stoßverlusten keine weiteren Verluste auf. Bei der Messung dagegen bestehen zusätzliche Reibungsverluste. Das statische Druckverhältnis in der Abströmung für dieselben Stoßposition ist daher in der Rechnung höher als in der Messung.

Inwieweit beeinträchtigt die Abweichung zwischen Rechnung und Messung aufgrund der Grenzschichteffekte die Zuverlässigkeit und die Anwendbarkeit der Rechnungen?

Bei Anwendung des Rechenprogramms auf Strömungen um Profile, müßte ein Vergleich zwischen Rechnung und Messung direkt mit der Eingabe der gemessenen Druckverhältnisse in der Abströmung möglich sein, da die dabei auftretenden Grenzschichteffekte erheblich geringer sind als in der Düse. Selbst Vergleiche mit Messungen in einer Düse, die eine größere Breite hat, so daß die Grenzschichteffekte im Vergleich zur Kanalbreite gering sind, würden bereits eine erheblich bessere Übereinstimmung liefern.

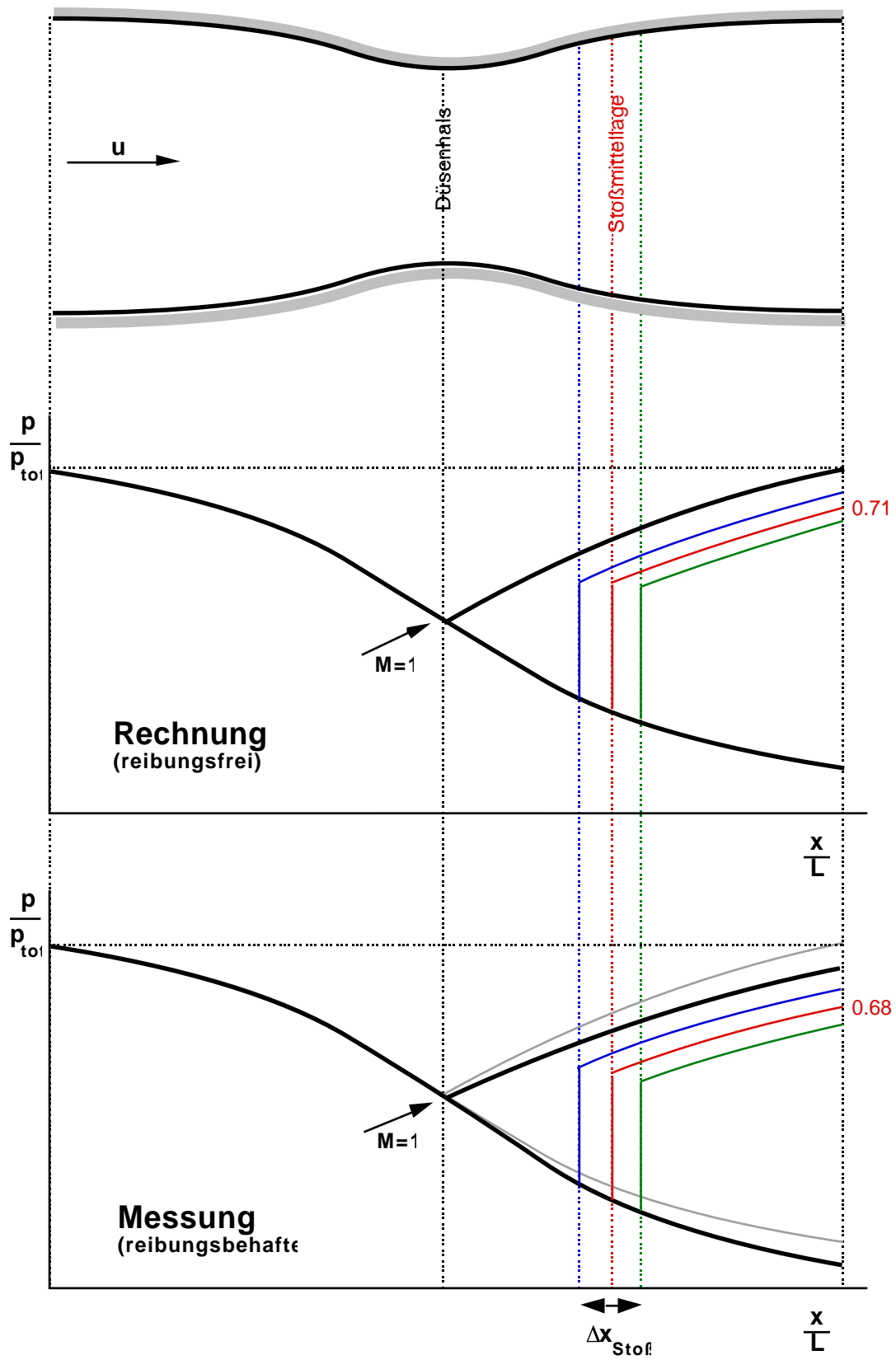


Bild 8.2: Schematische Darstellung der Düsenströmung für reibungsbehaftete und für reibungsfreie Strömungen

8.2 Instationäre Strömung

Bei den instationären Phänomenen sind hier in erster Linie die mittleren Lagen und die Amplituden des Verdichtungsstoßes von Bedeutung. Der Vergleich zwischen Rechnung und Messung soll zeigen, ob das Programm in der Lage ist, die physikalischen Zustände bei der instationären Strömung (abgesehen von den Reibungseffekten, die bereits in Kapitel 8.1 erwähnt wurden), korrekt nachzurechnen.

Bild 8.3 zeigt den Vergleich zwischen Rechnung und Messung für die Mittellage und die Extremlagen in Abhängigkeit von der Erregungsfrequenz. Bild 8.4 zeigt die dazugehörige Schwingungsamplitude des Stoßes.

Die beiden Bilder zeigen eine hervorragende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung. Diese Übereinstimmung ist umso erfreulicher, als die Eingabedaten für die Rechnung nur für die stationäre Strömung so angepaßt wurden, daß der Stoß trotz der Reibungseinflüsse an dieselbe Stelle fällt wie in der Messung. Unter Berücksichtigung der abnehmenden Druckamplitude in der Abströmung \tilde{p}_2 bei zunehmender Erregungsfrequenz ergeben sich automatisch und ohne weitere Beeinflussung des Rechenprogrammes die unten gezeigten Ergebnisse.

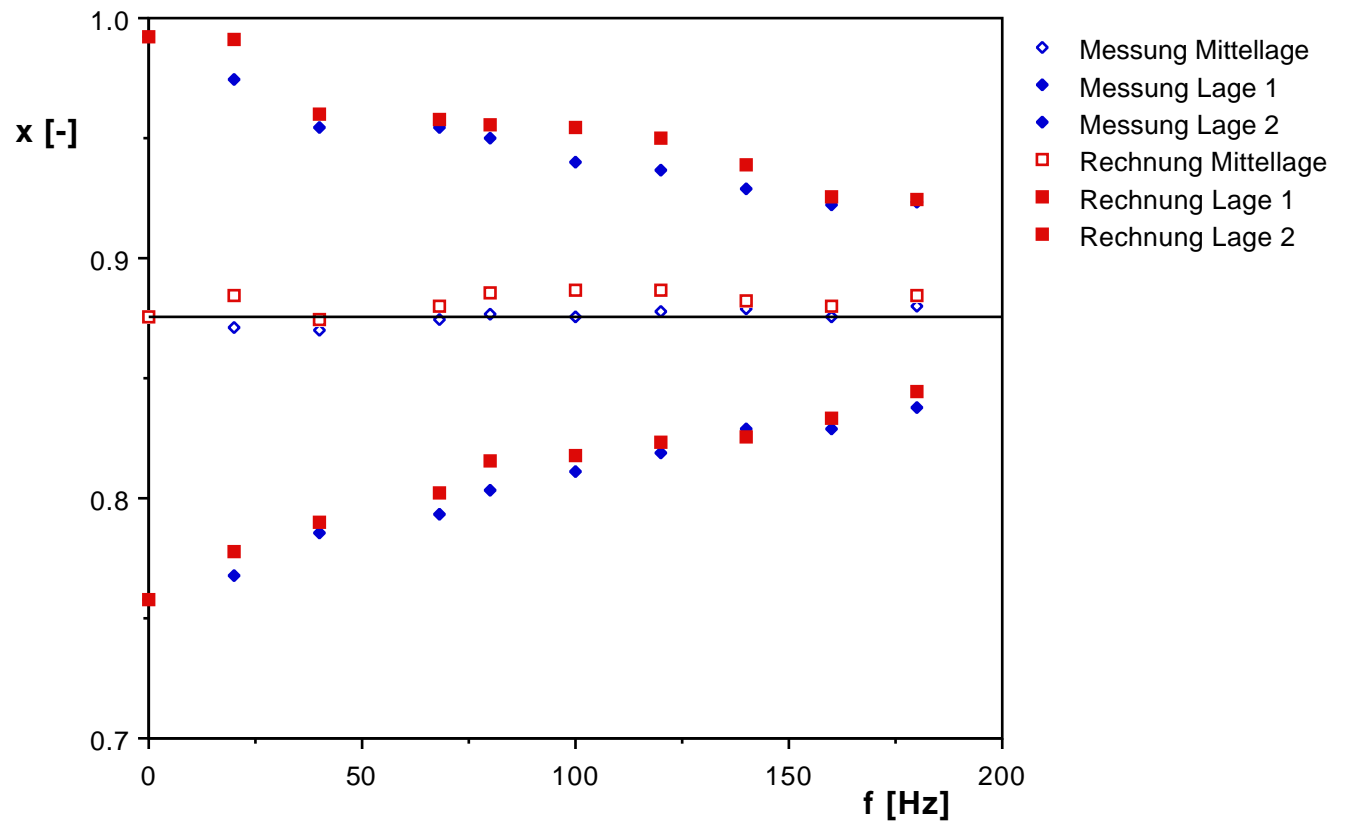


Bild 8.3: Vergleich der instationären Stoßlagen (Mittellage und Extrem-lagen) zwischen Messung mit Zeilenkamera und Rechnung mit 2D-Version

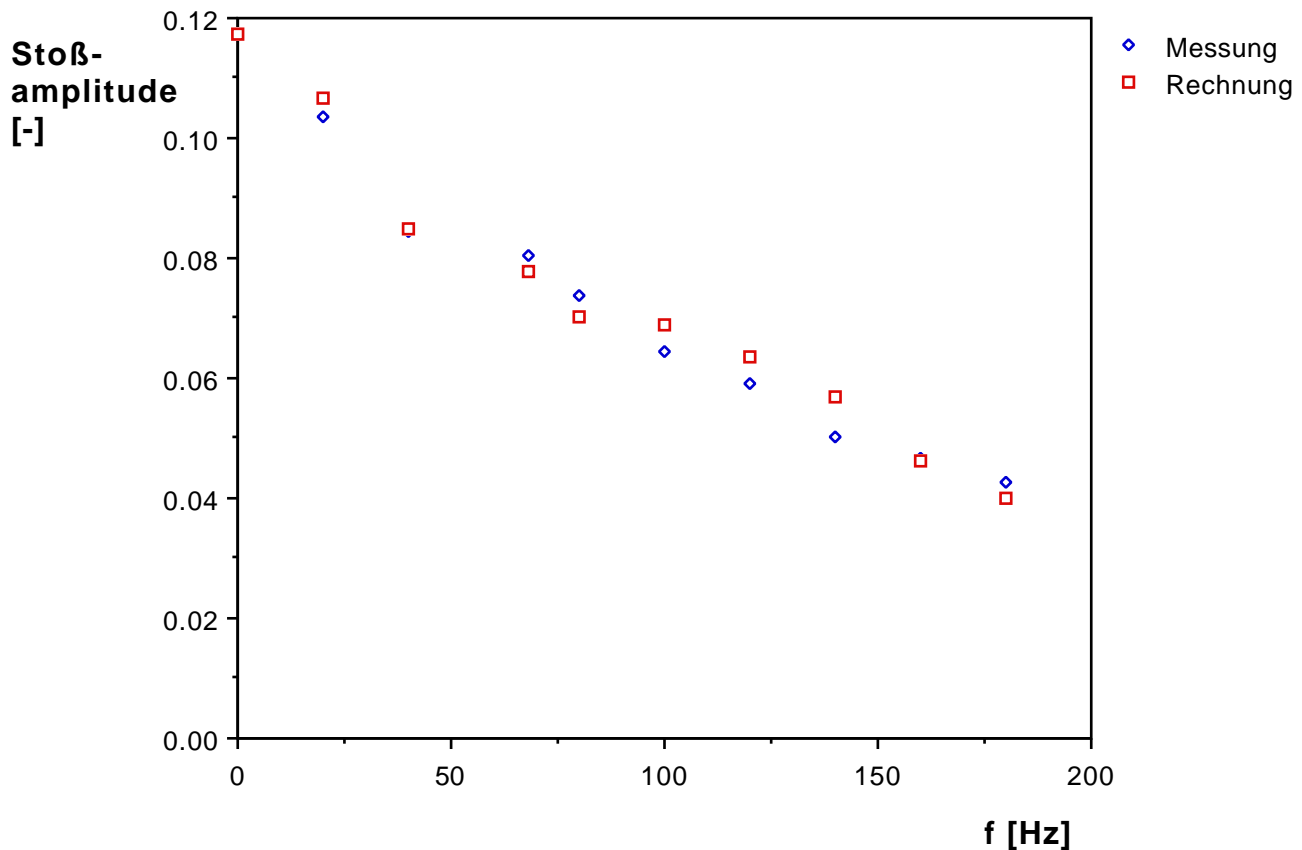


Bild 8.4: Vergleich der Stoßamplituden zwischen Messung mit Zeilenkamera und Rechnung mit 2D-Version

Die instationären Drücke aus den Messungen mit den instationären Druckaufnehmern und Rechnung weisen einige Unterschiede auf. Die Bilder 8.5 und 8.6 zeigen als Beispiel Ergebnisse von Messung und Rechnung für eine Erregungsfrequenz von 20 Hz (Bild 8.5) und 80 Hz (Bild 8.6). Die beiden Bilder sind eine Synthese der entsprechenden Bilder in den Kapiteln 5.2 (Messung) und 7.2 (Rechnung). Dabei wurden an zwei Stellen, wo Rechennetzpunkt und Meßpunkt beinahe identisch liegen, jeweils der Druckverlauf für Messung (p3 und p5) und Rechnung (p41 und p44) aufgezeichnet.

Die Unterschiede sind im einzelnen:

- Das Druckniveau ist unterschiedlich. Der Grund dafür wurde bereits in Kapitel

8.1 beschrieben. Durch die auftretenden Reibungsverluste hinter dem Stoß, die durch das Rechenprogramm nicht berücksichtigt werden können, ist das statische Druckniveau bei den Rechnungen höher als bei den Messungen. Der Vergleich zwischen den Drücken p_3 (Messung) und p_{41} (Rechnung) zeigt, daß im Überschallbereich (niedriger statischer Druck) das Druckniveau identisch ist, während im Unterschallbereich (hoher statischer Druck) die oben erwähnte Differenz herrscht.

- Weder bei den Messungen noch bei den Rechnungen wurde eine Phasenverschiebung zwischen der Stoßbewegung und den Drucksignalen festgestellt.
- Bei den Messungen dauert der Übergang zwischen Überschallströmung und Unterschallströmung erheblich länger als bei den Rechnungen. Für den Druck p_5 bei einer Erregungsfrequenz von 80 Hz (Bild 8.6) dauert dieser Übergang so lange, daß sich die wirkliche Unterschallströmung am Druckaufnehmer nie ganz einstellen kann. Der Grund hierfür ist ebenfalls in der großen Grenzschicht an der Seitenwand des Prüfstandes zu suchen. Die Information der sich nähernden, bzw. entfernenden Unterschallströmung kann durch die Grenzschicht erheblich leichter an die Druckaufnehmer übermittelt werden, als es im Inneren einer Überschallströmung der Fall ist. Selbst eine Grenzschicht mit Überschallströmung besitzt einen Anteil mit Unterschallgeschwindigkeit, durch die Informationen auch stromauf übermittelt werden können. Die Ergebnisse zeigen allerdings keinen wesentlichen Unterschied zwischen ansteigendem und abfallendem Druck. Beide Übergänge dauern gleich lange.

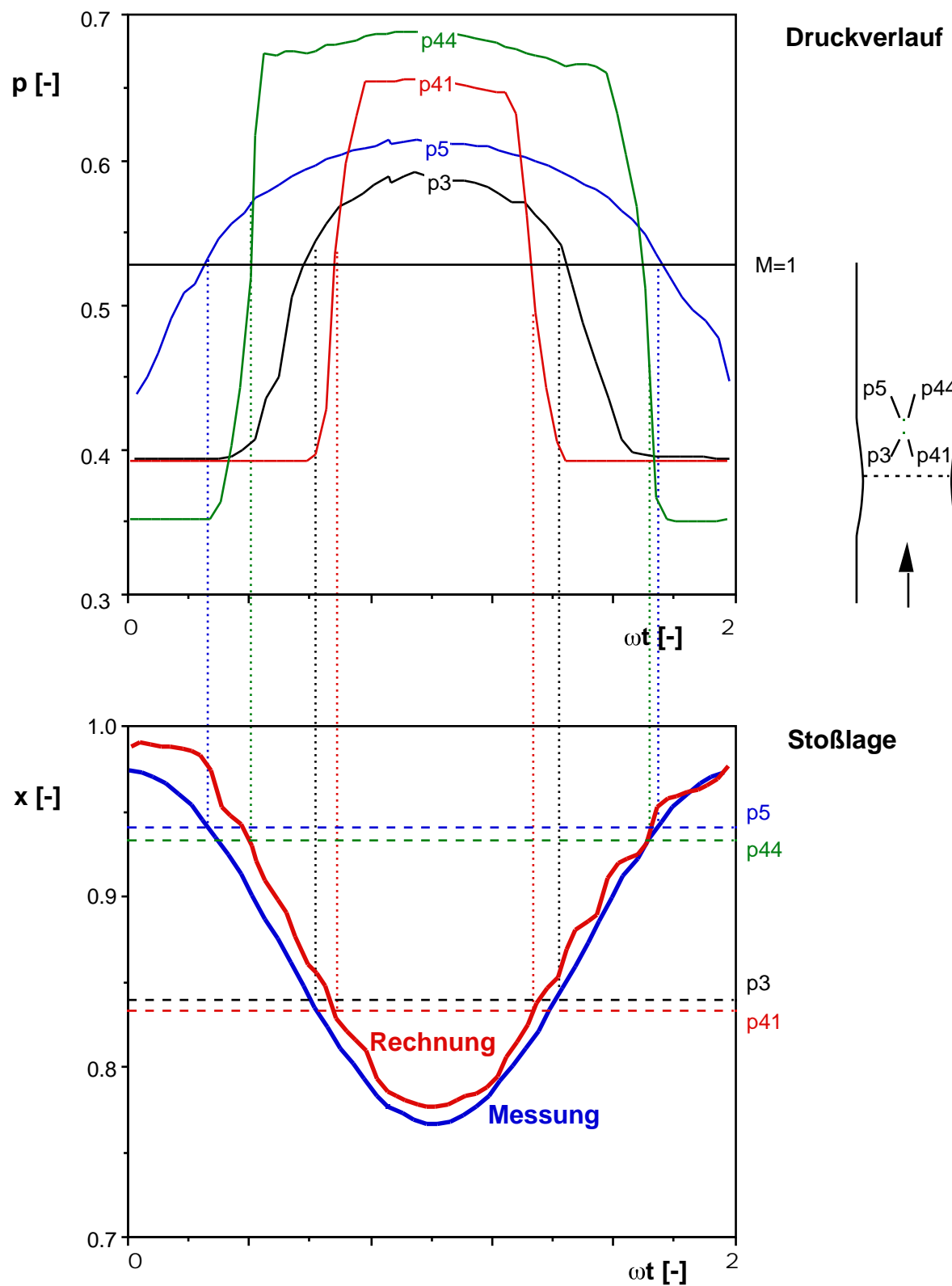


Bild 8.5: Vergleich der instationären Drücke zwischen Messung und Rechnung mit 2D-Version für eine Frequenz von 20 Hz

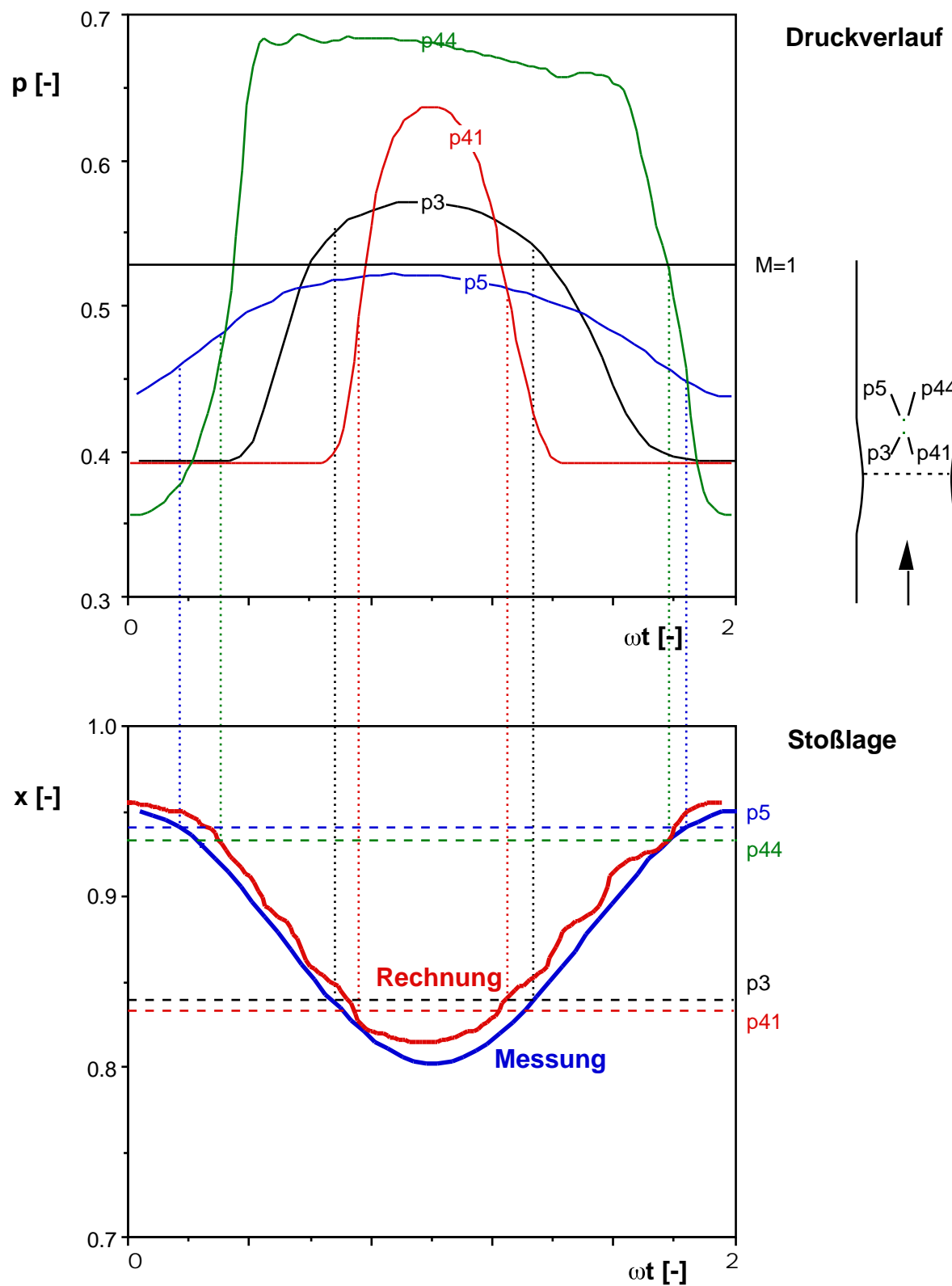


Bild 8.6: Vergleich der instationären Drücke zwischen Messung und Rechnung mit 2D-Version für eine Frequenz von 80 Hz

9. Vergleich mit anderen Rechenmethoden

Zum Vergleich der Rechenmethode stand ein Rechenprogramm zur Berechnung von quasi-3D-Strömungen von J. Denton zur Verfügung, das anlässlich eines Aufenthalts des Autors am Institut implementiert wurde. Diese Programmversion ist eine vereinfachte Version eines 3D-Programmes von J. Denton [1986]. Die Lösungsmethode ist eine Time-Marching-Methode, die die Euler-Gleichungen löst und mit finiten Volumen arbeitet. Es handelt sich um ein reibungsfreies Rechenprogramm, das als Option Reibungsmodelle zur Berücksichtigung von Reibungseinflüssen beinhaltet.

Dieses Rechenprogramm erlaubt einen Vergleich der stationären Lösung mit der 2D-Version des hier vorgestellten Programmes.

Bei den Rechnungen zum Vergleich wurden Gitternetze mit 100 Punkten in x-Richtung und 28 Punkten in y-Richtung verwendet. Die Punkte liegen dabei in regelmäßigen Abständen voneinander. Ein prinzipieller Unterschied zwischen den Programmen liegt vor: Beim Denton-Programm liegt die erste Reihe der Rechenpunkte direkt auf der Kontur, im hier beschriebenen Programm sind es die Zentren der Rechenvolumina, d.h. die ersten Rechenpunkte liegen eine halbe Maschenweite von der Wand entfernt.

Für beide Programme wurden dieselben Randbedingung am Eintritt gewählt: 'Capacitive Inlet' (siehe Kapitel 6.1.1.4). Mit dieser Randbedingung sind Reflexionen von Störungen am Eintritt möglich.

Der statische Druck am Austritt wurde für beide Programme mit $p_2 = 0.71$ eingegeben.

Nachfolgend werden die Ergebnisse der reibungsfreien Rechnungen vorgestellt: Bild 9.1 zeigt die Linien konstanter Machzahlen für das hier vorgestellte Programm. Bild 9.2 zeigt den Verlauf des statischen Druckes in der Kanalmitte der Düse für beide Programme.

Es ist leicht ersichtlich, daß beide Programme sehr gut übereinstimmende Lösungen liefern. Dies ist nicht erstaunlich, da beide Programme auf denselben Gleichungen basieren und auch weitgehend identische Lösungsmethoden anwenden. Unterschiede sind im Bereich des Stoßes zu beobachten: Das vor-

liegende Programm ist in der Lage, den senkrechten Stoß innerhalb sehr weniger Gitterpunkte zu erfassen. Außerdem tritt kein Überspringen auf. Dieses Programm wurde speziell für die Anwendung beim Auftreten senkrechter Verdichtungsstöße erstellt, und sollte daher in diesem Bereich ein besseres Verhalten zeigen. Das Programm nach Denton wurde für allgemeine Anwendungen erstellt und schneidet möglicherweise bei schiefen Verdichtungsstößen besser ab. Die Ergebnisse in den Strömungsgebiete vor und hinter dem Stoß stimmen für beide Programme überein.

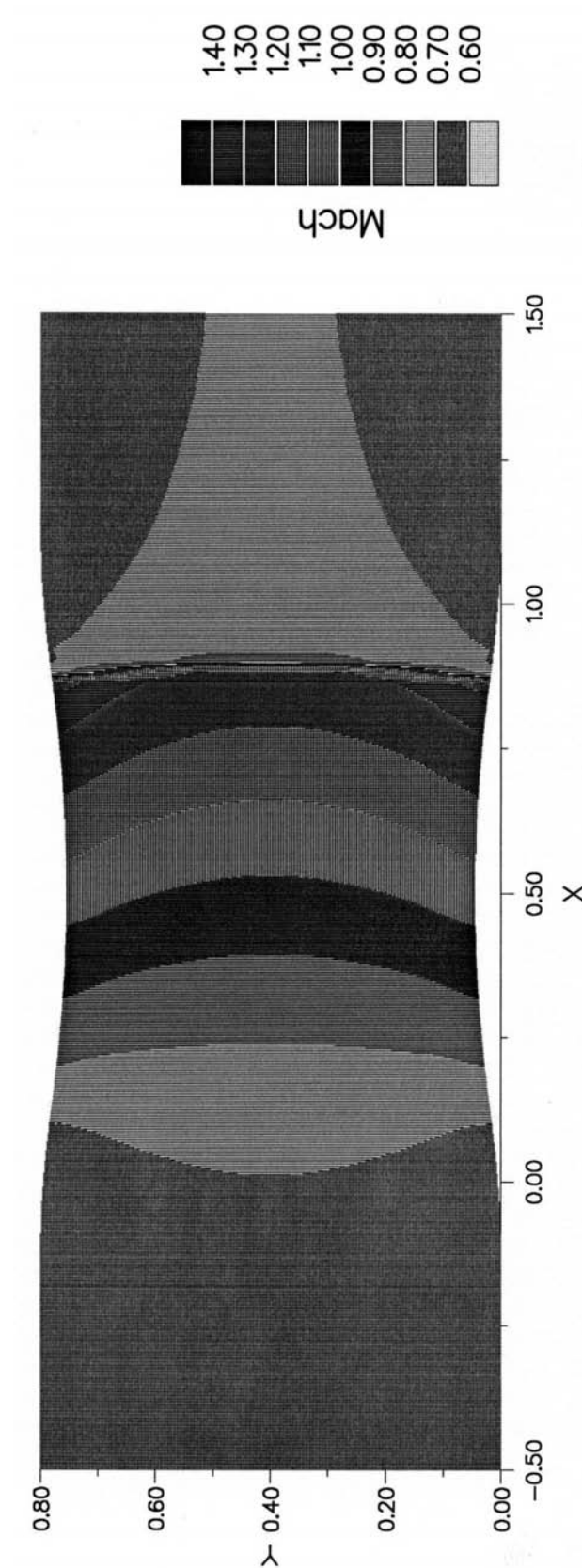


Bild 9.1: Linien gleicher Machzahl für das hier beschriebene Programm (reibungsfreie Rechnung)

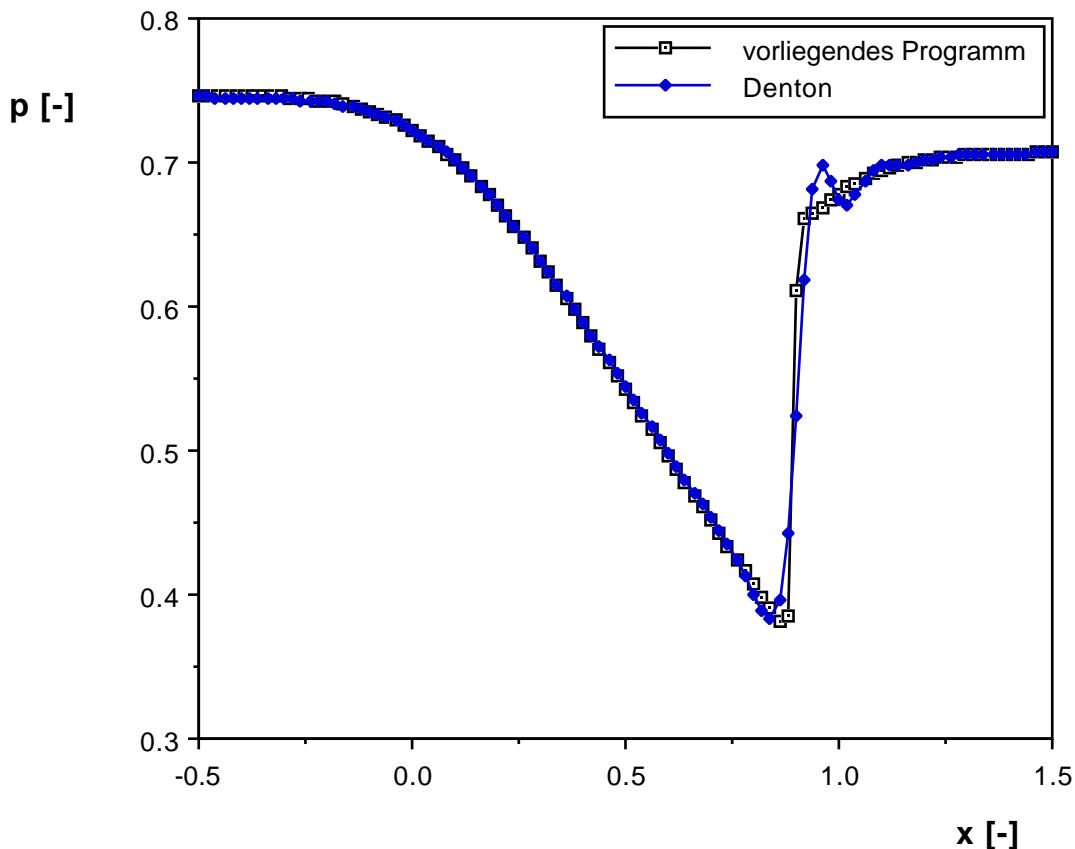


Bild 9.2: Verlauf des statischen Druckes in der Düse an der Kanalwand für das vorliegenden Programm sowie für das Programm nach Denton

Das Programm nach Denton beinhaltet ebenfalls ein Reibungsmodell, das wahlweise zugeschaltet werden kann. Die Berechnungen wurden ebenfalls mit einem Rechnernetz von 100 Punkten in x-Richtung und 28 Punkten senkrecht dazu durchgeführt. Die Punkte in y-Richtung wurden allerdings für diesen Fall in der Wandnähe dichter gelegt.

Als zweites Programm zum Vergleich der reibungsbehafteten Strömung stand noch eine 3D-Rechenmethode nach Dawes [1988] zur Verfügung. Das Programm löst die Navier-Stokes-Gleichungen in der Annäherung von Reynolds. Die durch-

geführten Rechnungen wurden mit einem ähnlichen Rechennetz wie dem von Denton durchgeführt. Der Kanal wurde mit einer Höhe von 8 Knotenpunkten berechnet. An diesen Seitenwänden wurde reibungsfrei gerechnet. Zum Vergleich mit den anderen Rechenprogrammen wurden die Ergebnisse des Längsschnitts in der Mitte benutzt.

Das bei den Rechnungen mit dem hier vorgestellten Programm verwendete Rechennetz war von der Größe 60 Punkte in x-Richtung und 28 Punkte in y-Richtung. Dadurch, daß die Rechenpunkte nicht auf der Kanalwand liegen, mußte ein sehr kleiner Abstand von der Wand gewählt werden, um einen Grenzschichteffekt berechnen zu können. Dies führt dazu, daß das Zeitfortschrittsinkrement sehr klein wird und damit die Anzahl der benötigten Zeitschritte bis zur Konvergenz groß. Die beiden anderen Programme benutzen Punkte direkt auf der Kanalwand. Wenn Rechenpunkte auf der Kanalwand benutzt werden, sind die Randbedingungen für reibungsbehaftete Strömungen leicht einzuhalten und mit nur einem weiteren Maschenpunkt in der Strömung besitzt man bereits zwei Punkte, die in der Grenzschicht liegen. Programme, die Maschenpunkte benutzen, die nicht auf den Kanalwänden liegen, können leichter eine periodische Strömung erzwingen, müssen jedoch für reibungsbehaftete Strömungen sehr kleine Inkremente an den Wänden benutzen.

Die eingegebenen Strömungsbedingungen für die anschließend gezeigten Rechnungen sind:

statischer Druck am Austritt: $p_2 = 0.71$

Reynoldszahl: $Re = 1 \cdot 10^6$

Bild 9.3 zeigt die Linien konstanter Machzahlen für das hier vorgestellte Programm. Bild 9.4 zeigt den Verlauf des statischen Druckes in der Kanalmitte der Düse und an der Kanalwand für alle drei Programme.

Auch im reibungsbehafteten Fall erfaßt das vorliegende Programm den Stoß schärfer und ohne Überschwingen. Leichte Unterschiede ergeben sich in der Lage des Stoßes: Das Programm nach Dawes findet den Stoß immer etwas weiter vorne in der Düse als die beiden anderen Programme. Die Strömungsgebiete vor und hinter dem Stoß werden identisch berechnet.

Der Vergleich mit anderen Rechenprogrammen für die stationäre Lösung ist sowohl für reibungsfreie als auch für reibungsbehaftete Strömungen zufriedenstellend und läßt den Schluß zu, daß das vorliegende Programm stationäre Lösungen korrekt berechnet.

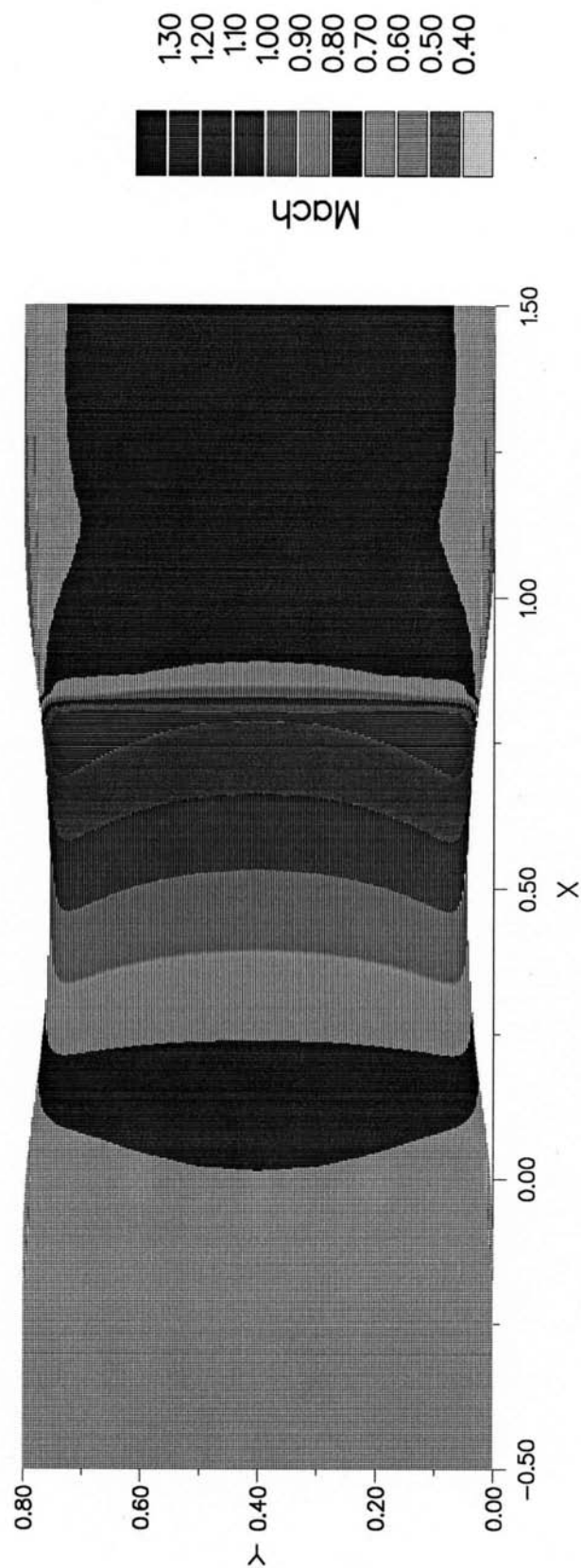


Bild 9.3: Linien gleicher Machzahl für das hier beschriebene Programm (reibungsbefahete Rechnung)

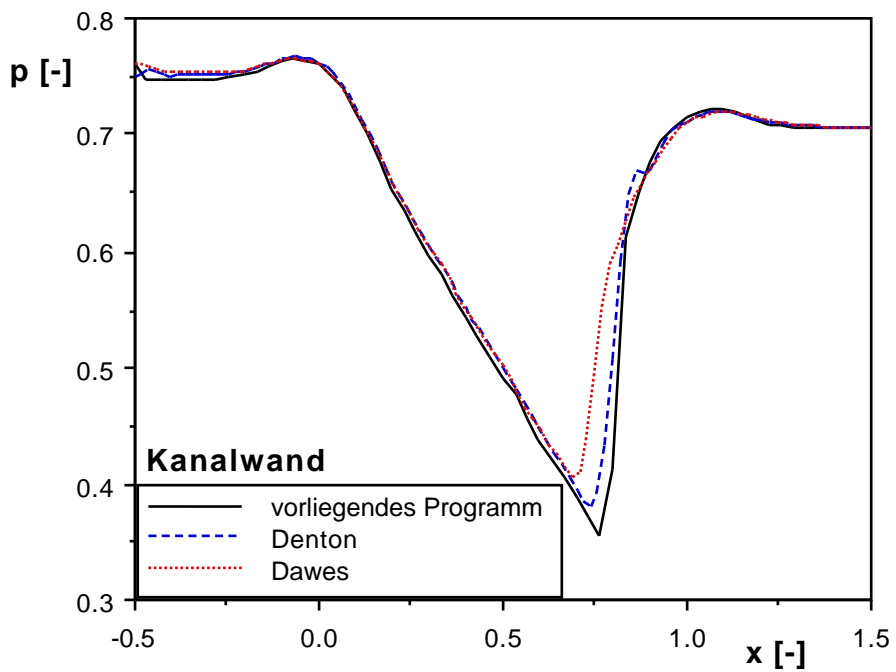
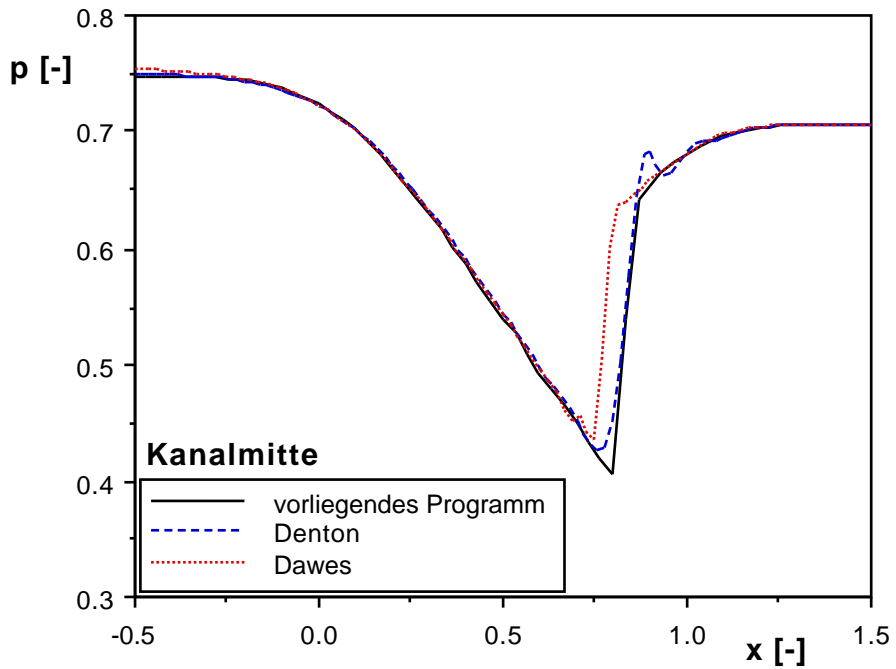


Bild 9.4: Vergleich des Verlaufs des statischen Drucks in Kanalmitte und an der Kanalwand (reibungsbefahete Rechnung)

10. **Schlußfolgerungen und Zusammenfassung**

Eine vorhandener zweidimensionaler Prüfstand wurde mit einer Düsenform mit stetigem Verlauf der Querschnittsfläche und mit einem System ausgerüstet, das einen in der Düse stehenden senkrechten Verdichtungsstoß in harmonische Schwingungen versetzen kann. Die Erregungsfrequenzen liegen zwischen 0 und 180 Hz. Der Erregungsmechanismus ist genügend weit von der Meßzone entfernt, damit dort gerade Wellenfronten eintreffen, obwohl nur ein einzelner Erreger existiert, der kugelförmige Druckwellen aussendet.

Stationäre Messungen und instationäre Messungen mit variablem Gegendruck wurden für unterschiedliche Erregungsfrequenzen in dieser Düse durchgeführt.

Rechnungen mit der Methode kleiner Störungen (Adamson, Liou; 1977) hatten die Frage aufgeworfen, ob die mittlere instationäre Stoßlage von der stationären Stoßlage abweichen kann. Die hier durchgeführten Messungen und Rechnungen haben übereinstimmend gezeigt, daß die mittlere instationäre Stoßlage unabhängig von der Erregungsfrequenz an derselben Stelle bleibt. Dies gilt für die hier verwendete Geometrie mit den hier untersuchten Strömungsbedingungen. Ob dies allgemein gültig ist, müssen Untersuchungen an anderen Geometrien und unter anderen Strömungsbedingungen zeigen.

Eine andere Frage war, ob bei Auftreten eines oszillierenden senkrechten Verdichtungsstoßes eine Phasenverschiebung zwischen der Stoßbewegung und dem gemessenen Drucksignal auftritt.

Obwohl die Phasenverschiebung zwischen einem Druckaufnehmersignal und dem Erregersignal mit zunehmender Frequenz zunimmt, so gibt es doch keine nennenswerte Phasenverschiebung zwischen der gemessenen Stoßbewegung und den Druckaufnehmersignalen.

Die Druckamplitude im Bereich, in dem sich der Stoß bewegt, nimmt mit zunehmender Erregungsfrequenz ab. Die Abnahme ist von der Dicke der Grenzschicht abhängig.

Die Grenzschicht verhält sich somit, was den Phasenwinkel zwischen Stoßbewegung und Drucksignal betrifft, quasi-stationär. Dies gilt jedoch nicht im Hinblick auf die Druckamplitude.

Die Tatsache, daß linearisierte Rechnungen ein unterschiedliches Verhalten als die Messungen vorhersagen, bedeutet, daß diese Art von Rechnungen nicht geeignet sind, die instationäre Strömung in einer Düse mit einem sich stark bewegenden Stoß zu berechnen. Andere, nichtlinearisierte Rechenverfahren werden gebraucht.

Zwei Versionen eines Programmes (quasi-1D und 2D) zur Berechnung instationärer Strömungen durch eine Düse mit fluktuierendem Austrittsdruck wurden daher mit dem Ziel erstellt, sich bewegende senkrechte Verdichtungsstöße möglichst scharf und ohne Überspringen zu erfassen. In die 2D-Version des Programmes wurden einfache Reibungsmodelle eingebaut.

Die stationären Lösungen (reibungsfrei und reibungsbehaftet) wurden mit anderen zur Verfügung stehenden Rechenprogrammen verglichen und ergaben eine gute Übereinstimmung. Ein senkrechter Stoß wird schärfer erfaßt und es findet kein Überspringen statt.

Die Abweichung der stationären Rechenergebnisse von den Ergebnissen der Messungen konnten durch die Besonderheiten der Strömung in der hier vorhandenen Düse (kleine Kanalbreite, große Grenzschichten an den Seitenwänden) erklärt werden.

Der Vergleich zwischen Messungen (zwangsläufig reibungsbehaftet) mit reibungsfreien Rechnungen kann Aufschluß über Auswirkungen der Grenzschicht geben.

Der Vergleich der gemessenen instationären Stoßlagen und Stoßamplituden mit den von den beiden beschriebenen Programmversionen ergibt eine sehr gute Übereinstimmung. Dies gilt auch für die quasi-1D-Version des Programmes, die nur eine sehr kurze Rechenzeit benötigt.

Die Stabilität der Rechnungen wurde untersucht und ist gut.

Das Programm kann somit als getestet und zuverlässig betrachtet werden. Nach dem bereits begonnenen Ausbau zur Berechnung schwingender Schaufelgitter werden auch die aufgetretenen Unterschiede in den stationären Strömungsbedingungen keine bedeutende Rolle mehr spielen. Die Grenzschichten an den Schaufeloberflächen sind kleiner als die Grenzschichten an einer Düsenwand. Vor allem treten keine Einflüsse der Grenzschichten an den Seitenwänden auf.

11. Vorschläge für weiteres Vorgehen

Sollte sich die Möglichkeit ergeben, so wäre es von großem Interesse, die hier angeführten experimentellen Untersuchungen auch an anderen Kanalgeometrien durchzuführen, um festzustellen, ob die getroffenen Schlußfolgerungen von allgemeiner Gültigkeit sind.

Es wäre auch wichtig zu wissen, welche Verhältnisse eintreten, wenn das Verhältnis zwischen der Kanalbreite und der Grenzschicht an der Seitenwand der Düse klein ist. Dies könnte untersucht werden, indem entweder die Kanalbreite vergrößert wird (Wahl eines anderen Prüfstandes), oder die Grenzschicht an der Seitenwand abgesaugt, bzw. abgeschnitten wird, wie es bereits an den Düsenbacken geschieht.

Die reibungsbehaftete Rechnung sollte mit dem Ziel überarbeitet werden, die Rechenzeit zu verkürzen. Einige Möglichkeiten dazu sind:

- Optimierung des Rechenablaufs für den jeweiligen Computer durch Vektorisierung und Parallelisierung, soweit dies möglich ist.
- Untersuchungen zur Bestimmung eines optimalen Stabilitätsfaktors. Das größte mögliche Zeitinkrement (berechnet aus den herrschenden Geschwindigkeiten und Rechenpunktabständen), bei dem die neu zu berechnende Zeitebene gerade noch im physikalischen Einflußbereich liegt, wird mit einem Faktor multipliziert, mit dem erreicht werden soll, daß der Einflußbereich auch bei veränderten Geschwindigkeiten nicht verlassen wird. Dieser Faktor wurde bei den hier gezeigten Rechnungen ziemlich klein gewählt. Eine Vergrößerung dieses Faktors führt direkt zu verkürzten Rechenzeiten, da weniger Zeitschritte bis zur Konvergenz gebraucht werden. Eine Erregungsperiode bei instationären Rechnungen nimmt ebenfalls weniger Zeitschritte in Anspruch.
- Verbesserung des Rechnernetzes. Mit diesem Punkt kann die meiste Zeit eingespart werden. Mit einem optimalen Netz kann die Anzahl der notwendigen Maschenpunkte gesenkt werden. Möglicherweise kann auch die kleinste auftretende Maschengröße erhöht werden. Dadurch würde das größte zulässige Zeitinkrement pro Zeitschritt erhöht werden, wodurch die Rechenzeit ebenfalls reduziert wird.

- Untersuchung der bereits bestehenden Option, die Reibungsglieder nur zu bestimmten Zeitschritten zu berechnen. Zwischen diesen Zeitschritten werden die Reibungsglieder konstant beibehalten. Ziel der Untersuchung sollte sein, die Anzahl der Zeitschritte zu bestimmen, in denen die Reibungsglieder als konstant angenommen werden können.
- Das Turbulenzmodell nach Baldwin und Lomax sollte für allgemeine Strömungen und für die Full-Navier-Stokes-Version ausgebaut werden. Einige andere Turbulenzmodelle zur Auswahl und zum Vergleich könnten folgen.

Die Arbeiten an der reibungsfreien 2D-Programmversion werden bereits fortgesetzt. Sie haben zum Ziel, schwingende Schaufelgitter instationär zu berechnen. Damit soll eine Vorhersage der Flatterneigung einer Gittergeometrie möglich werden.

Nach Abschluß dieser Arbeiten sollten die Reibungsglieder auch für die Gitterversion des Programms ermöglicht werden.

12. Literatur

Adamson, T.C.; Liou, M.S.; 1977

Unsteady Motion of Shock Waves in Two Dimensional Transonic Channel Flows

Report No. UM-014534-F

June 1977

Departement of Aerospace Engineering

University of Michigan, Michigan USA

Adamson, T.C.; Liou, M.S.; 1978

Unsteady Motion of Shock Waves in Two Dimensional Transonic Channel Flows

Report No. UM-015411-F

October 1978

Departement of Aerospace Engineering

University of Michigan, Michigan USA

Anderson, D.K.; Tannehill, J.C.; Pletcher, R.H.; 1984

Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer

Hemisphere Publishing Corporation

ISBN 0-89116-471-5

Anderson, W.K.; Thomas, J.L.; Rumsey, C.L.; 1985

A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations

AIAA Paper 85-0122

Anderson, W.K.; Thomas, J.L.; van Leer, B.; 1987

Extension and Applications of Flux-Vector Splitting to Unsteady Calculations on Dynamic Meshes

AIAA Paper 87-1152

Baldwin, B.; Lomax, H.; 1978

Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows

AIAA Paper 78-257

Beretta-Piccoli, F.; Bovet, P.; 1987

Mode d'emploi pour le dépouillement automatique de couches limites et de couches tourbillonnaires 2D obtenues par la méthode Laser-Holographie

interner Bericht LTT - 87 - 01

Beretta-Piccoli, F.; 1989

Etude expérimentale et théorique d'écoulements supersoniques au bord de fuite épais d'un profil isolé

Communication du Laboratoire de Thermique Appliquée et de Turbomachines Nr. 15

EPF - Lausanne

Bölcs, A.; 1983

Annular Cascade Test Facility

ASME paper 83-GT-84

Bölcs, A.; Suter, P.; 1986

Transsonische Turbomaschinen

Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1986

ISBN 3-7650-2036-2

Bölcs, A.; Fransson, T.H.; 1986

Aeroelasticity in Turbomachines; Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results

Communication du Laboratoire de Thermique Appliquée et de Turbomachines Nr. 13

Lausanne, EPFL, 1986

Bölcs, A.; Jolles, F.; Ott, P.; Schläfli, D.; 1987

Unsteady Flow Visualization in a Vibrating Annular Turbine Cascade Operating in the Transonic Flow Regime

Symposium Proceedings

"Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines and Propellers"

September 1987

Aachen, Federal Republic of Germany

Bölcs, A.; Fransson, T.H.; Platzer, M.F.; 1988a

Numerical Simulation of Inviscid Transonic Flow through Nozzles with Fluctuating Back Pressure

ASME paper 88-GT-287

Bölcs, A.; Ott, P.; Schläfli, D.; 1988b

Schlußbericht "Stoßflattern"

Stationäre und instationäre Messungen am Turbinenschaufelschnitt TCT III im Ringgitterprüfstand

interner Bericht LTT - 88 - 25

EPF - Lausanne

Bölcs, A.; 1988

Transfert de chaleur et de masse

Cours pour ingénieurs mécaniciens

EPF - Lausanne, 1988

Bölcs, A.; Fransson, T.H.; Schläfli, D.; 1989

Time-dependent Measurements on Vibrating Annular Turbine Cascades Under Various Steady State Conditions

Proceedings of the AGARD 74th Specialists Meeting of the PEP on "Unsteady Aerodynamic Phenomena in Turbomachines"

Luxemburg, August 28 - September 1, 1989

Bölcs, A.; 1991

Turbomachines thermiques, Vol. II

Cours pour ingénieurs mécaniciens 4ème année, EPF-Lausanne

Bohning, R.; 1982

Die Wechselwirkung eines senkrechten Verdichtungsstoßes mit einer turbulenten Grenzschicht an einer gekrümmten Wand

Habilitationsschrift

Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe

Bryanston-Cross, P.J.; Beretta-Piccoli, F.; Ott, P.; 1984

Implementation of the Ruby Pulse Laser Holography at the LTT / EPF-L

interner Bericht LTT - 84 - 16

EPF - Lausanne

Chen, C.P.; Sajben, M.; Kroutil, J.C.; 1978

Shock Wave Oscillations in a Transonic Diffuser Flow

AIAA Paper 78-204

Dawes, W.N.; 1986

Analysis of 3D viscous flows in transonic compressors

VKI Lecture Series 3 "Transonic Compressors", 1-4 February 1988

Denton, J.D.; 1986

The Use of a Distributed Body Force to Simulate Viscous Effects in 3D Flow Calculations

ASME paper 86-GT-144

Edwards, J.A.; 1987a

Analysis of AC and DC Surface Pressures in an Unsteady Shock/Boundary Layer Interaction at Mach 1.5

Wolfson College, Cambridge, GB

August 1987

Edwards, J.A.; 1987b

Surface Pressure Distributions in an Unsteady Shock/Boundary Layer Interaction

Wolfson College, Cambridge, GB

June 1987

Försching, H.W.; 1974

Grundlagen der Aeroelastik

*Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, ISBN 0-387-06540-7***Fransson, T.H.; 1987**

Application of a Flux Vector Splitting Methodology Towards the Solution of Unsteady Transonic Flows, With Future Emphasis on the Blade Flutter Problem

*Naval Postgraduate School, Departement of Aeronautics, Monterey, California 93943***Glauer, H.; 1928**

The effect of Compressibility on the Lift of Aerofoils

*Proc. Roy. Soc. A Bd. 118***Grossmann, B.; 1986**

Fundamental Concepts in Computational Fluid Dynamics

*Short course on: Numerical Gas Dynamics: A Designers Tool**March 10-14, 1986**The Polytechnic University, Long Island Center, Farmingdale, New York***Incropera, F.P.; DeWitt, D.P.; 1985**

Fundamentals of Heat and Mass Flow

*Second Edition**John Wiley & Sons, Inc., New York**ISBN 0-471-82561-1***Kobayashi, H.; 1988**

Effect of Shock Wave Movement on Aerodynamic Instability of Annular Cascade Oscillating in Transonic Flow

*ASME paper 88-GT-187***Küssner, H.G.; 1929**

Schwingungen von Flugzeugflügeln

*Luftfahrtforschung Bd. 4, S. 41-62***Ostrovsky, Yu.I.; Butusov, M.M., Ostrovskaja, G.V.; 1980**

Interferometry by Holography

*Springer Series in Optical Sciences, Vol. 20**Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York**ISBN 3-540-09886-0***Ryhming, I.L.; 1985**

Dynamique des Fluides

*Presses Polytechniques Romandes**Lausanne, 1985**ISBN 2-88074-068-1*

Ryhming, I.L.; 1991

private Mitteilung

Sajben, M.; Kroutil, J. C.; Chen, C.P.; 1978

Unsteady Transonic Flow in a Two-Dimensional Diffuser

AGARD Unsteady Aerodynamics

Sajben, M.; Bogar, T.J., Kroutil, J.C.; 1982

Unsteady Transonic Flows in a Two-Dimensional Diffuser

Report MDC Q0767

McDonnell Douglas Research Laboratories

St. Louis, Missouri 63166

Schläfli, D.; 1989

Experimentelle Untersuchung der instationären Strömung in oszillierenden Ringgittern

Thèse No 800

EPF-Lausanne

Shapiro, A.H.; 1953

The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow

John Wiley & Sons, New York, 1953

Sidén, G.L.D.; Dawes, W.N.; Albråten, P.J.; 1989

Numerical Simulation of the Two Dimensional Viscous Compressible Flow in Blade Cascades Using a Solution Adaptive Unstructured Mesh

ASME paper 89-GT-211

Steger, J.L.; Warming, R.F.; 1981

Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods

Journal of Computational Physics, No. 40, p. 263-293, 1981

Steger, J.L.; 1982

Implicit Finite Difference Simulation of Inviscid and Viscous Compressible Flow

in: Transonic Shock and Multidimensional Flows: Advances in Scientific Computing

Academic Press, Inc., 1982, ISBN 0-12-493280-0, pp 181-217

Theodorsen, TH.; 1935

General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter

NACA Report 496

Verdon, J.M.; Usab, W.J.; 1985

Application of a Linearized Unsteady Aerodynamic Analysis to Standard Cascade Configurations

NASA Contractor Report, 1985

Vest, C.M.; 1979

Holographic Interferometry

Wiley Series in pure and applied optics

John Wiley & Sons Inc., New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore

ISBN 0-471-90683-2

Wüst, W.; 1969

Strömungsmeßtechnik

Uni-Text, Friedrich Vieweg & Sohn

Braunschweig, 1969

Anhang A1: Definition des Flatterns

Als Flattern wird die Schwingung eines Körpers in einem strömenden Fluid bezeichnet, welche durch die aeroelastische Wechselwirkung zwischen Fluid und Körper ohne weitere äußere Einwirkung erregt und aufrechterhalten wird. Ein alltägliches Beispiel dafür sind die Drähte von Telefonleitungen, die durch den Wind zum Schwingen und damit zum "Singen" gebracht werden. Aeroelastische Probleme traten zuerst im Brückenbau und im Flugzeugbau auf:

Im Bauingenieurwesen können Hochhäuser, Kamine, Brücken, aber auch Krane durch den Wind zu Schwingungen angeregt werden, die unter Umständen für das Bauwerk gefährlich werden. Ein sehr bekanntes Beispiel dafür ist die Hängebrücke von Tacoma, USA, die durch aeroelastische Schwingungen zum Einsturz gebracht wurde (1940). Bei durchaus normalen Windgeschwindigkeiten geriet die Brücke in Schwingungen. Die Amplitude der Fahrbahnverdrehung erreichte kurz vor dem Einsturz gegen 45° , was auf die gewaltigen Kräfte hinweist, die freigesetzt werden können.

Im Flugzeugbau wurde das Problem flatternder Flugzeugflügel gegen Ende des ersten Weltkrieges aktuell, als im Verlauf der Entwicklung auf die Drahtverstreibungen der Flügel verzichtet wurde. Damit verloren die Flügel Steifigkeit und wurden schwingungsfreudiger. Biege- und Torsionschwingungen des Flügels führen zu Anstellwinkeländerungen bezüglich der Strömung, und damit zu veränderlichen Luftkräften. Diese können bewirken, daß sich eine z.B. durch eine Böe angefachte Schwingung des Flügels weiter aufschauelt und sich der Flügel am Schluß selbst zerstört. Für jeden Flügel gibt es eine charakteristische Geschwindigkeit, oberhalb derer er durch Flatterschwingungen gefährdet wird. Die Theorie des Flatterns wurde zwischen den beiden Weltkriegen von Theodorsen [1935], Glauert [1928], Küssner [1929] u.a. entwickelt. Während des Zweiten Weltkrieges wurden zahlreiche Untersuchungen des aeroelastischen Stabilitätsverhaltens schwingender Einzelflügel durchgeführt.

Im Turbomaschinenbau tauchten Probleme mit strömungserregten Schwingungen der Beschaukelungen im Zuge der Entwicklung der ersten Flugzeugtriebwerke auf. Bei den Verdichtern war Biegeflattern nahe der Pumpgrenze eines der Hauptprobleme. Da dieses nahe an der Abreißgrenze auftritt, wurde diese Art Flattern als Abreißflattern bezeichnet. Es herrschte allgemein die Ansicht, daß dieses nur im Biege-, nicht aber im Torsionsmodus auftreten könne. Mit der Entwicklung von

trans- und supersonischen Schaufeln mit anderen Profilformen und Massenverteilungen trat in Verdichtern das Torsionsflattern in den Vordergrund. Die Turbinen mit ihren stark gekrümmten und entsprechend steifen Schaufeln bereiteten zu Anfang kaum Probleme, wenn auch im allgemeinen auf Bindedrähte nicht verzichtet wurde.

Die Entwicklung kompakter, leistungsfähiger und bis an die Grenze des Zulässigen beanspruchter Maschinen hat aber auch hier dazu geführt, daß möglichst auf Bindedrähte und andere Maßnahmen zur Versteifung des Schaufelkranzes verzichtet wird, und deshalb dem Problem der Entstehung und der Vermeidung selbst-erregter Schaufelschwingungen verstärkte Aufmerksamkeit gewidmet werden muß. Weitere Ausführungen zur historischen Entwicklung der Forschung auf dem Gebiet des Flatterns, sowie zur Theorie können bei Försching [1972] gefunden werden.

Anregende Kräfte, dämpfende Kräfte in Turbomaschinen

Als Maß für aerodynamische Stabilität wurde der aerodynamische Dämpfungsparameter definiert. Er kann aus der Schaufelbewegung und der instationären Druckverteilung am Profil bestimmt werden und ist so definiert, daß positive Werte ein aerodynamisch stabiles Verhalten anzeigen, während negative Werte instabiles Verhalten bedeuten. Sein Wert wird aus der Arbeit pro Zyklus berechnet, die der Strömung zugeführt bzw. entzogen wird.

Bild A1.1 veranschaulicht die Bedingungen, unter denen stabiles und instabiles Verhalten auftritt. Dargestellt sind im jeweils oberen Bild die Schaufelbewegung (h), ihre Geschwindigkeit ($\dot{h} = \frac{dh}{dt}$) und der Verlauf der instationären Schaufelkraft (\tilde{f}). Im unteren Diagramm ist die der Schaufel zugeführte bzw. entzogene Leistung dargestellt. Die Leistung wird aus der instationären Schaufelkraft bestimmt. Dabei sind:

$$\text{Leistung} = \tilde{f} \cdot \frac{dh}{dt} \quad (\text{A1.1})$$

mit der Schaufellage h

$$h = |h| \cdot e^{i \cdot t} \quad (\text{A1.2})$$

und der durch den instationären Druck verursachten instationären Schaufelkraft

$$\tilde{f} = |\tilde{f}| \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (\text{A1.3})$$

Dabei ist φ der Phasenwinkel zwischen der Schaufelbewegung und der instationären Schaufelkraft. Die Größe dieses Phasenwinkels bestimmt das instationäre Verhalten der Schaufel:

stabiles Verhalten:	0°	φ	180°
instabiles Verhalten:	-180°	φ	0°

In Bild A1.1 sind zwei Fälle gezeigt. In den linken Bildern (a) beträgt der Phasenwinkel φ 20° : Die instationäre Schaufelkraft läuft der Schaufelbewegung voraus. Es liegt ein insgesamt stabiles aerodynamisches Verhalten vor.

Rechts (b) beträgt der Phasenwinkel φ 200° : Die instationäre Schaufelkraft hinkt der Schaufelbewegung hinterdrein. Dieser Strömungszustand ist aerodynamisch instabil. Es wird Energie auf die bewegte Schaufel übertragen. Die Schaufel unterhält die Bewegung aus der Strömung, sie ist selbsterregt und flattert.

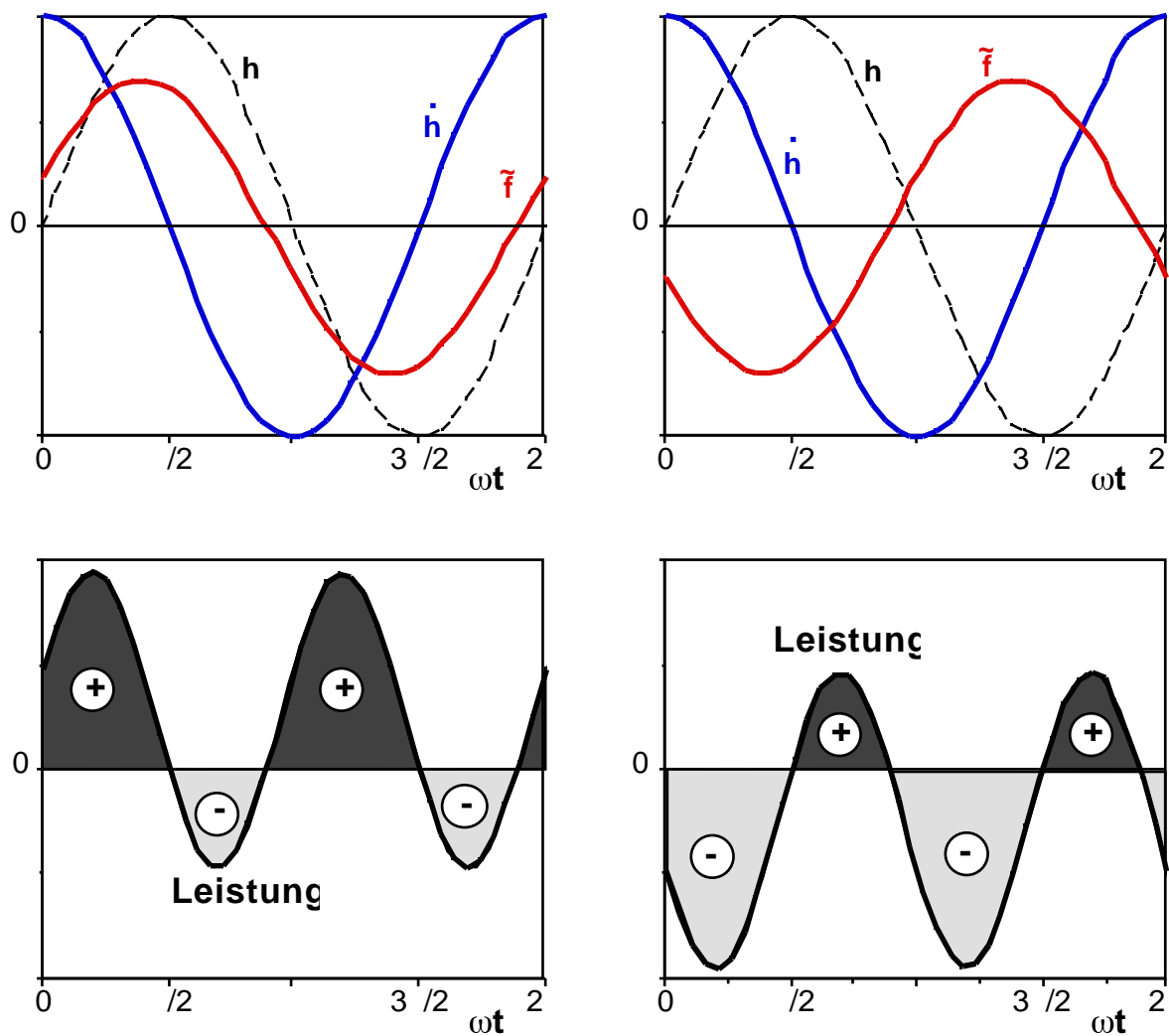
a) $\varphi = 20^\circ$ b) $\varphi = 200^\circ$

Bild A1.1: Erklärung des Phasenwinkels zwischen Schaufelbewegung und Drucksignal

Es besteht eine gewisse Meinungsverschiedenheit darüber, ab welchem Moment ein Gitter flattert:

Theoretiker nennen Flattern, wenn der Fall auftritt, daß die aerodynamische Dämpfung kleiner Null ist, wo also die Strömung anregend auf die Schaufeln wirkt:

$$a_{\text{aero}} < 0 \quad (A1.4)$$

Wir nennen diesen Fall "selbstangeregte Schaufelschwingungen" ("self excited blade vibration").

Praktiker nennen Flattern den Fall, wenn die aerodynamische Anregung größer wird als die mechanische Dämpfung:

$$\text{aero} + \text{mech} < 0 \quad (\text{A1.5})$$

In diesem Fall kann also die Strömung durchaus anregend auf die Schaufeln wirken, es herrschen aber stabile Zustände, solange die mechanische Dämpfung der Struktur groß genug ist, diese Anregung auszugleichen.

Wir nennen diesen Fall "selbststartende Schaufelschwingungen" ("self started blade vibration").

In Bild A1.2 werden die beiden Auffassungen vom Flattern anhand eines Verlaufes der Dämpfung über der Abströmmachzahl erläutert:

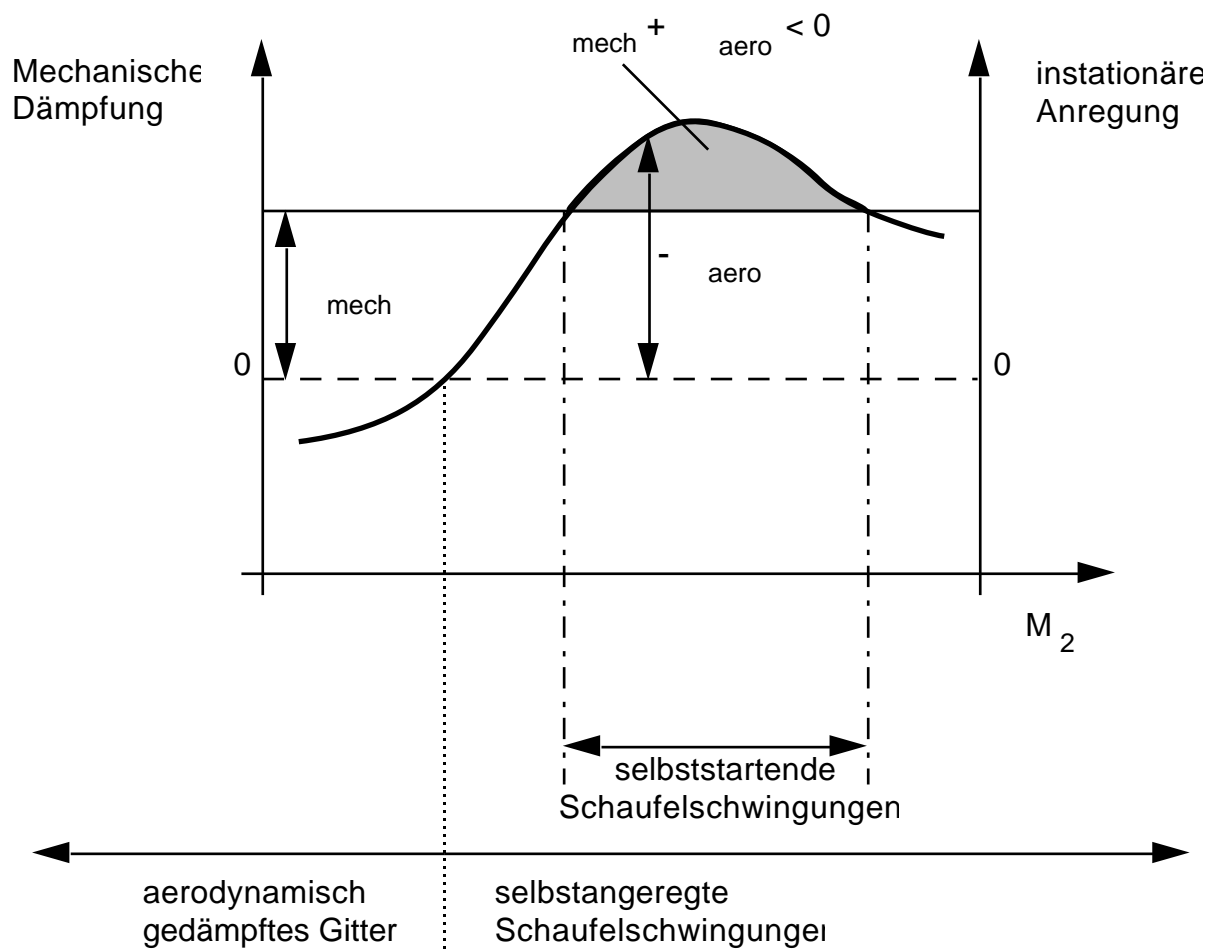


Bild A1.2: Unterschiedliche Definitionen des Flatterns

Fluttermechanismen in Turbomaschinen

Es werden verschiedene Grundformen des Flatterns definiert und gewöhnlich folgendermaßen klassifiziert:

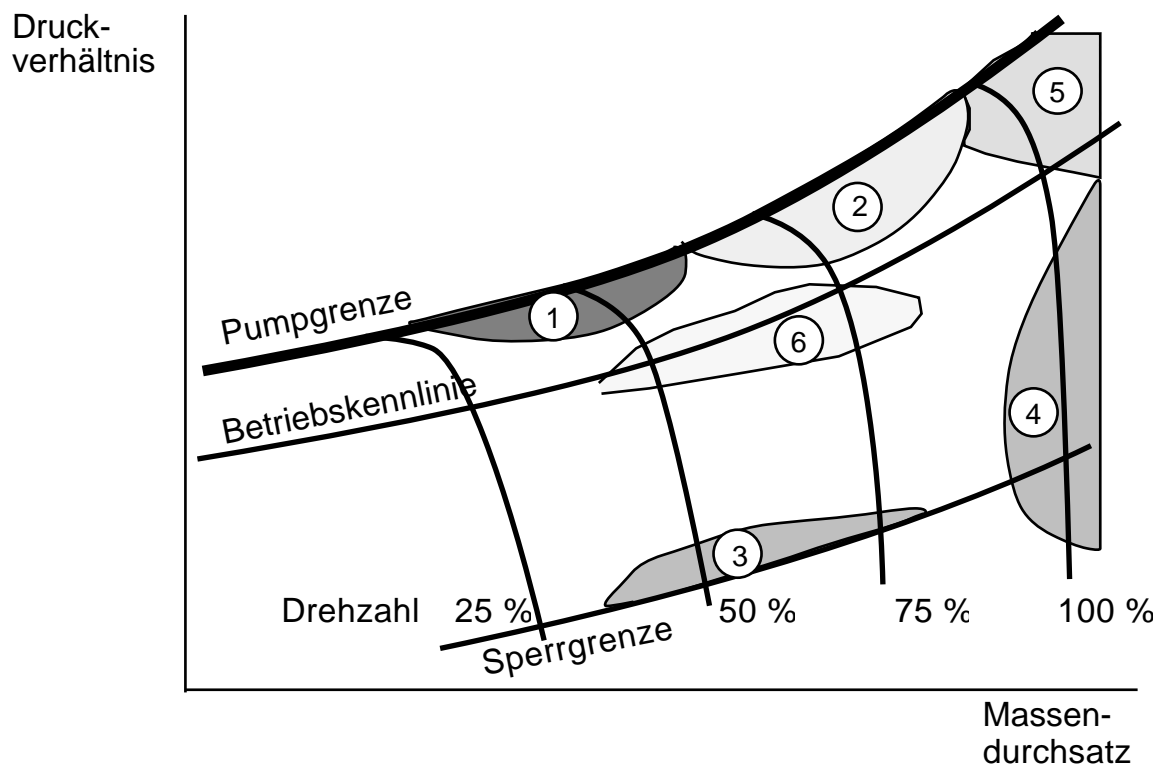
- **Klassisches Flattern** (auch Potential- und Hystereseflattern genannt) tritt bei kleinen Inzidenzwinkeln im Bereich der anliegenden Strömung auf. Die aerodynamische Erregung entsteht durch das Vor- oder Nacheilen der aerodynamischen Kräfte gegenüber der erzeugenden Schaufelbewegung.
- **Abreiß- oder Ablöseflattern** tritt bei größeren Inzidenzwinkeln im Bereich der abgelösten Strömung auf. Die Auftriebs-Anstellwinkelcharakteristik hat in diesem Betriebsbereich bereits einen negativen Anstieg, so daß die Schwankungsbewegung durch die Änderung der aerodynamischen Kräfte unterstützt wird.
- **Stoßflattern** tritt in transsonischen Strömungen auf. In Verdichtern entsteht die transsonische Strömungsbedingung durch Erhöhen der Anströmmachzahl oder Erreichen extremer Anströmwinkel, in Turbinen durch Erhöhen der Abströmgeschwindigkeit. Im Strömungsfeld entstehen Verdichtungsstöße, welche in Wechselwirkung mit der Profilgrenzschicht die Strömung zum Ablösen bringen können. In schallnaher Strömung sind die Stöße sehr instabil. Durch die Schwankungen des Ansatzpunktes der Stöße an den Schaufeln können entsprechende Erregerkräfte entstehen.

Am Beispiel des Betriebsfeldes eines Axialverdichters (Bild A1.3) werden die Betriebsbedingungen gezeigt, unter welchen Flattern auftreten kann. Bild A1.4 zeigt schematisch die zu diesen Flatterarten gehörenden Strömungsbedingungen. Die verschiedenen Flatterarten sind alle auf eine der oben erwähnten Grundformen zurückzuführen:

- 1 Unterschall-Abreißflattern: Beim Betrieb nahe der Pumpgrenze ergeben sich große positive Inzidenzwinkel mit abgelöster Strömung an der Saugseite.
- 2 Überschall-Abreißflattern: Bei erhöhter Drehzahl überschreitet die Strömung die Schallgeschwindigkeit. Der Verdichtungsstoß bringt die Strömung an der Schaufel zum Ablösen. Der gerade Stoß im Gitter ist instabil und erzeugt fluktuierende Schaufelkräfte.
- 3 Sperrflattern: Dieses tritt bei kleinem Gegendruck im Teillastbetrieb auf. Der Inzidenzwinkel der Zuströmung ist stark negativ und trotz Unterschallanströmung wird im Gitter Schallgeschwindigkeit erreicht und überschritten. Der gerade Stoß, der das Überschallfeld abschließt, ist sehr instabil und liefert

die Erregerkraft. Es handelt sich also um eine Stoßflutterart.

- 4 Gestartetes Überschallflattern bei Nenndrehzahl und geringem Gegendruck. Sowohl Zu- als auch Abströmung liegen im Überschallbereich. Die Strömung im Gitter liegt an. Das Auftreten dieser Flutterart kann die obere Grenze der zulässigen Drehzahl festlegen.
- 5 Gestartetes Überschallflattern bei Nenndrehzahl und hohem Gegendruck. Das Überschallfeld im Gitter wird durch einen geraden Stoß abgeschlossen. Die Abströmmachzahl liegt im Unterschallbereich.
- 6 Klassisches Flattern kann bei normalen Betriebsbedingungen auftreten.



- | | |
|---|---|
| 1 | Unterschall-Abreißflattern |
| 2 | Überschall-Abreißflattern |
| 3 | Sperrflattern |
| 4 | gestartetes Überschallflattern
(tiefer Gegendruck) |

- | | |
|---|--|
| 5 | gestartetes Überschallflattern
(hoher Gegendruck) |
| 6 | klassisches Flattern
(Potentialflattern) |

Bild A1.3: Betriebsfeld eines Axialverdichters mit den wichtigsten Flattergebieten

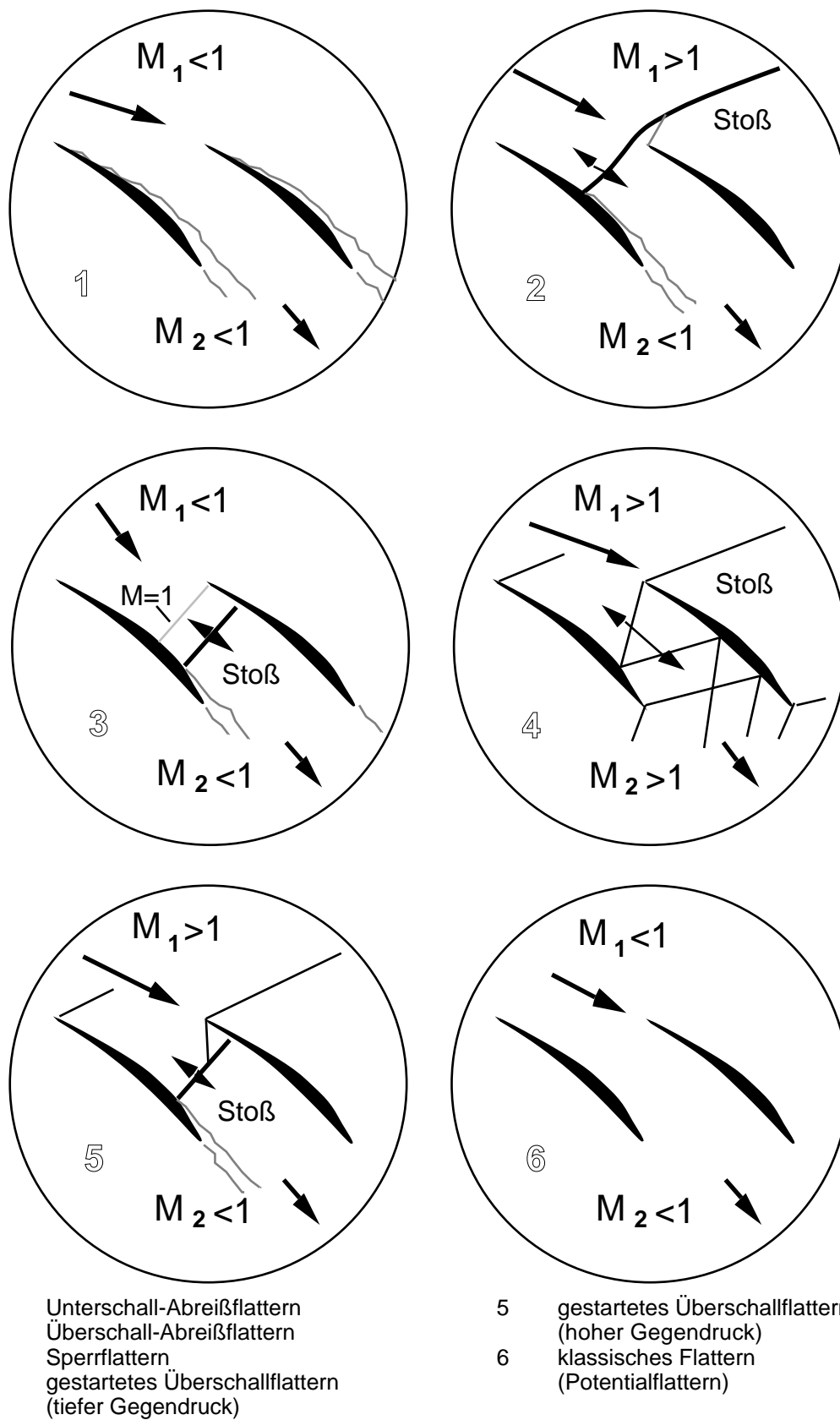


Bild A1.4: Schematische Strömungsbedingungen für einen Axialverdichter
 bei den wichtigsten Flatterarten

Diese Fluttermechanismen gelten sinngemäß auch für Turbinen. Bild A1.5 zeigt eine schematische Betriebslinie eines Turbinengitters für unterschiedliche Druckverhältnisse. Wird der Gegendruck so weit gesenkt, daß Blockierung auftritt, erreicht die Strömung im engsten Querschnitt Schallgeschwindigkeit [Bölcs und Suter, 1986]. Dies entspricht im allgemeinen schallnahen Abströmverhältnissen. Ein weiteres Absenken des Gegendrucks führt zu Überschallabströmung, aber keiner weiteren Erhöhung des Durchsatzes. Bild A1.6 zeigt schematisch die Strömungsbedingungen, die bei den einzelnen Flutterarten bestehen.

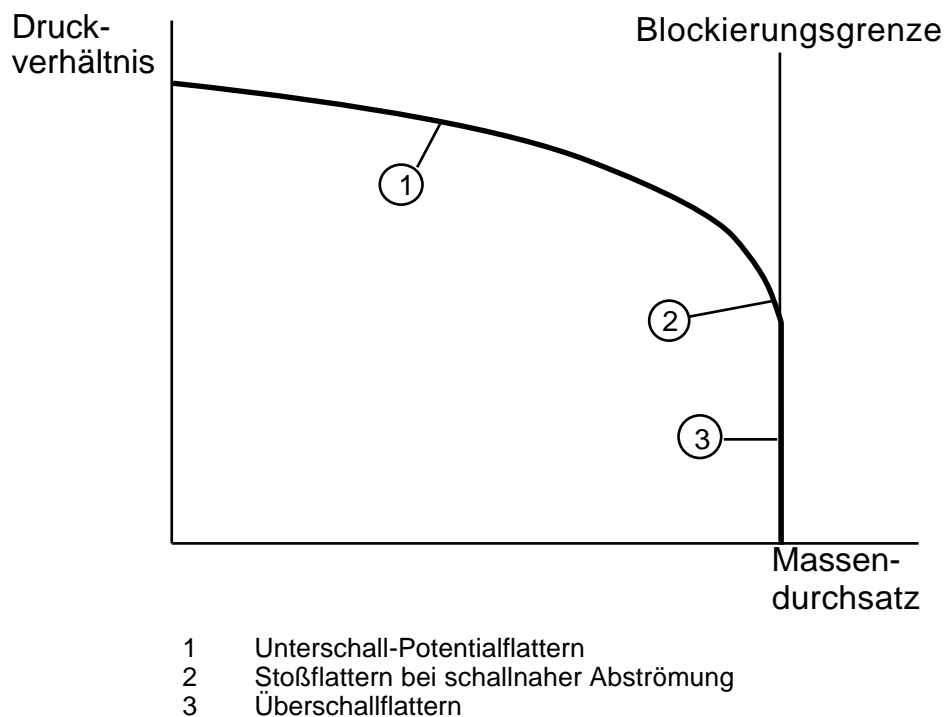


Bild A1.5: Betriebsfeld einer Turbine mit den wichtigsten Fluttergebieten

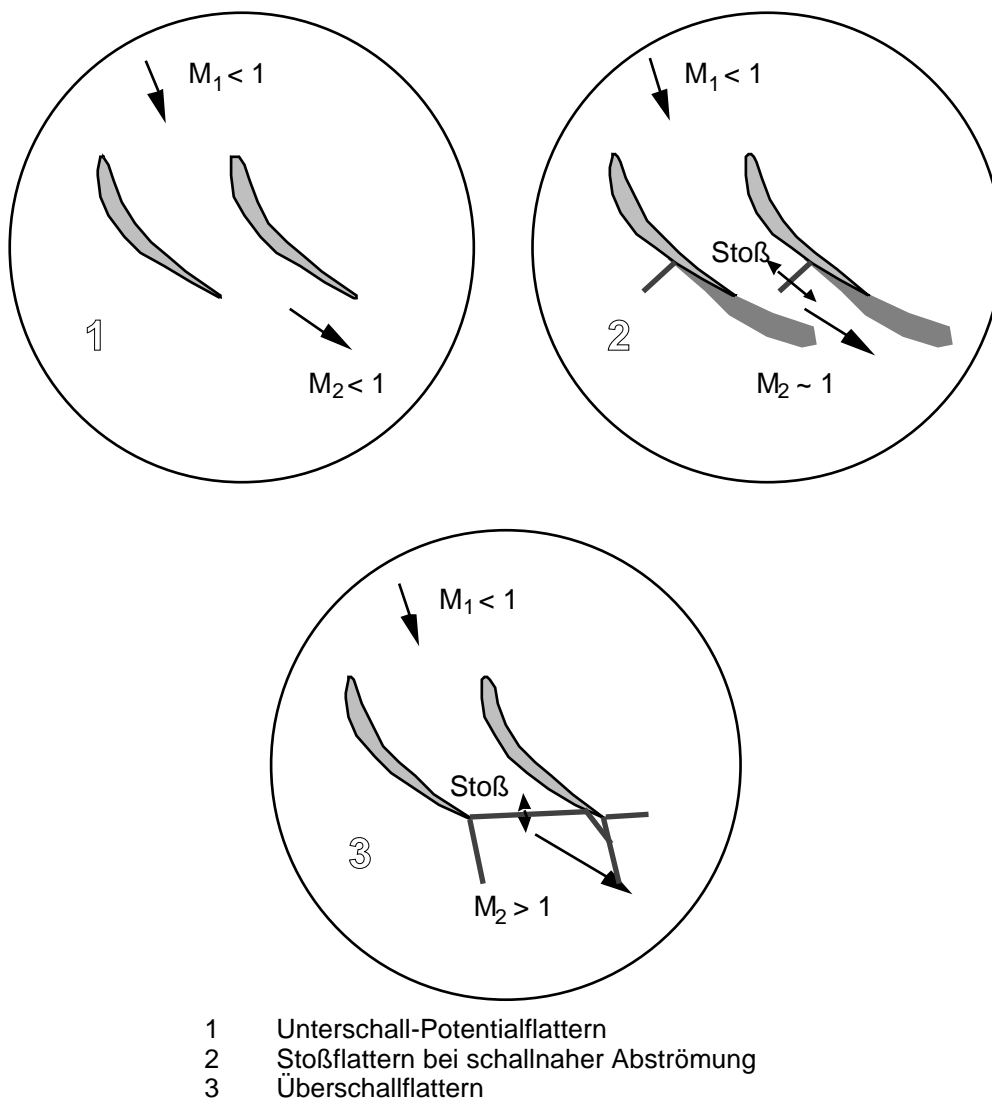


Bild A1.6: *Schematische Strömungsbedingungen für eine Axialturbine bei den wichtigsten Flutterarten*

Anhang A2: Geometrische Transformationen

Die Berechnungen finden in einem äquidistanten Rechnernetz (, - Ebene) statt. Da die Strömungsgrößen jedoch in der physikalischen Ebene (x,y - Ebene) bekannt sind, müssen die Transformationen zwischen den Ebenen berücksichtigt werden, um die Strömungsgrößen in den Berechnungen benutzen zu können.

Nachfolgend sind die notwendigen Transformationsgleichungen zwischen den Ebenen sowie die benötigten Ableitungen zur Gradientenbildung aufgelistet.

Transformation in ξ -Richtung

$$= (x,y) \quad (A2.1)$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x}{|\text{grad}()|} & \frac{y}{|\text{grad}()|} & 0 \\ 0 & -\frac{y}{|\text{grad}()|} & \frac{x}{|\text{grad}()|} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A2.2)$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x}{|\text{grad}()|} & -\frac{y}{|\text{grad}()|} & 0 \\ 0 & \frac{y}{|\text{grad}()|} & \frac{x}{|\text{grad}()|} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A2.3)$$

mit

$$|\text{grad}()| = \sqrt{\frac{2}{x} + \frac{2}{y}} = D \sqrt{x^2 + y^2} \quad (A2.4)$$

$$D = \frac{1}{x y - y x} = \frac{1}{x y - x y} \quad (A2.5)$$

$$x = y D \quad (A2.6)$$

$$y = -x D \quad (A2.7)$$

Die Ableitungen x und y für den Rechenpunkt (j,i) werden folgendermaßen gebildet (Bild A2.1 erklärt dafür die Indizes):

$$x = \frac{1}{2} \frac{x_{j+1,i} - x_{j-1,i}}{j+1,i - j-1,i} + \frac{x_{j+1,i-1} - x_{j-1,i-1}}{j+1,i-1 - j-1,i-1} \quad (\text{A2.8})$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{y_{j+1,i} - y_{j-1,i}}{j+1,i - j-1,i} + \frac{y_{j+1,i-1} - y_{j-1,i-1}}{j+1,i-1 - j-1,i-1} \quad (\text{A2.9})$$

Transformation in η -Richtung

$$= (x,y) \quad (\text{A2.10})$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{y}{|\text{grad}(\)|} & \frac{x}{|\text{grad}(\)|} & 0 \\ 0 & \frac{x}{|\text{grad}(\)|} & \frac{y}{|\text{grad}(\)|} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A2.11})$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{y}{|\text{grad}(\)|} & \frac{x}{|\text{grad}(\)|} & 0 \\ 0 & \frac{x}{|\text{grad}(\)|} & \frac{y}{|\text{grad}(\)|} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A2.12})$$

mit

$$|\text{grad}(\)| = \sqrt{\frac{2}{x} + \frac{2}{y}} = D \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{A2.13})$$

$$D = \frac{1}{x y - y x} = \frac{1}{x y - x y} \quad (\text{A2.14})$$

$$x = -y D \quad (\text{A2.15})$$

$$y = x D \quad (A2.16)$$

Im Programm werden die Ableitungen x und y für den Rechenpunkt (j,i) folgendermaßen gebildet (Bild A2.1 soll dabei bei der Erklärung der Indizes helfen):

$$x = \frac{1}{2} \frac{x_{j,i+1} - x_{j,i-1}}{j_{i+1} - j_{i-1}} + \frac{x_{j-1,i+1} - x_{j-1,i-1}}{j-1,i+1 - j-1,i-1} \quad (A2.17)$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{y_{j,i+1} - y_{j,i-1}}{j_{i+1} - j_{i-1}} + \frac{y_{j-1,i+1} - y_{j-1,i-1}}{j-1,i+1 - j-1,i-1} \quad (A2.18)$$

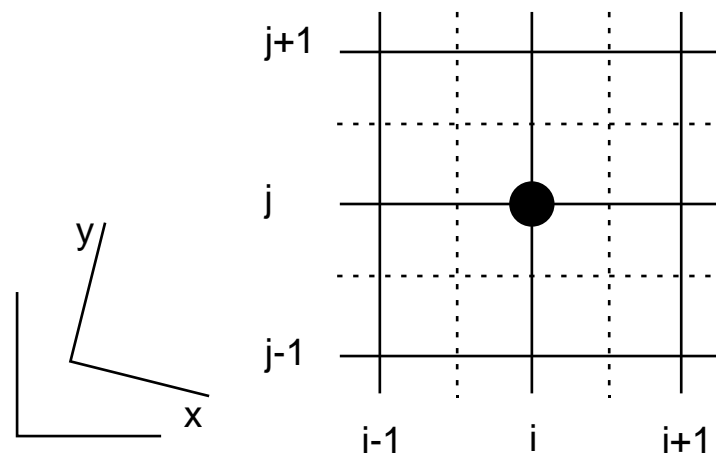


Bild A2.1: Erklärung der Indizes

Anhang A3: Flux Vektor Splitting nach Steger-Warming

Die Fluxe F und G werden getrennt nach ihren Beiträgen in positiver und negativer Richtung berechnet. Nachfolgend wird hier die Splitting-Methode nach Steger und Warming [1981] vorgestellt. Die Bestimmung der Beiträge in positiver und negativer Richtung findet dabei mit Hilfe der Vorzeichen der lokalen Eigenwerte x_n statt. Die Herleitung dieser Eigenwerte wird in Steger, Warming [1981] beschrieben. Hier werden nur die Ergebnisse dieser Herleitung, sowie die Bestimmung der Fluxkomponenten erläutert.

Berechnung des F-Flux

Der Flux-Vektor F wird aus den positiven und negativen Beiträgen zusammengesetzt:

$$F = F^+ + F^- \quad (\text{A3.1})$$

Nachfolgend wird erklärt, wie diese einzelnen Beiträge berechnet werden:

Die Eigenwerte für den Flux-Vektor F im zweidimensionalen Fall sind die folgenden:

$$x_1 = u \quad (\text{A3.2a})$$

$$x_2 = u \quad (\text{A3.2b})$$

$$x_3 = u + a \quad (\text{A3.2c})$$

$$x_4 = u - a \quad (\text{A3.2d})$$

Diese Eigenwerte können je nach Größe der Geschwindigkeitskomponente u ($u \geq 0$, $0 < u < a$, $u > a$) in positive und negative Teile zerlegt werden:

$$x_n = x_n^+ + x_n^- \quad (\text{A3.3})$$

mit (nach der ursprünglichen Definition)

$$x_n^+ = \frac{x_n + |x_n|}{2} \quad (\text{A3.4})$$

$$x_n^- = \frac{x_n - |x_n|}{2} \quad (\text{A3.5})$$

Später wurde von Steger (Steger, 1982) eine kleine Änderung vorgeschlagen, die auftretende Probleme bei der genauen Bestimmung des Schalldurchgangs behebt:

$$x_n^+ = \frac{x_n + \sqrt{x_n^2 + \epsilon}}{2} \quad (\text{A3.6})$$

$$x_n^- = \frac{x_n - \sqrt{x_n^2 + \epsilon}}{2} \quad (\text{A3.7})$$

Dabei ist ϵ ein kleiner Faktor von der Größenordnung $\epsilon = 0.04$ [Steger, 1982]. Diese Operation ist rein numerischer Natur. Mit ihrer Hilfe kann ein stetiger Verlauf von x^+ und x^- erzielt werden.

Damit lassen sich nun die Beiträge F^+ und F^- für den Flux F berechnen:

$$F^\pm = \frac{1}{2} \left(2(-1)^{\pm 1} v \frac{x_1^\pm}{1} + v \frac{x_3^\pm}{3} + v \frac{x_4^\pm}{4} \right. \\ \left. + 2(-1)^{\pm 1} \frac{x_1^\pm x_1^\pm}{1} + \frac{x_3^\pm x_3^\pm}{3} + \frac{x_4^\pm x_4^\pm}{4} \right) \\ + \frac{(-1)^{\pm 1} q^2}{2} \left(\frac{x_1^\pm}{1} + \frac{x_3^2 + v^2}{2} \frac{x_3^\pm}{3} + \frac{x_4^2 + v^2}{2} \frac{x_4^\pm}{4} \right) + w^{x^\pm} \quad (\text{A3.8})$$

Dabei ist

$$w^{x^\pm} = \frac{(3 - (-1)^{\pm 1}) \left(\frac{x_3^\pm}{3} + \frac{x_4^\pm}{4} a^2 \right)}{2(-1)^{\pm 1}} \quad (\text{A3.9})$$

Berechnung des G-Flux

Auch der Flux-Vektor G wird aus den positiven und negativen Beiträgen zusammengesetzt:

$$G = G^+ + G^- \quad (A3.10)$$

Die Berechnung der einzelnen Beiträge findet analog zur Berechnung der Beiträge für den Flux F statt, mit:

$$\begin{aligned}
 & 2(-1) \frac{y^\pm}{1} + \frac{y^\pm}{3} + \frac{y^\pm}{4} \\
 & 2(-1)u \frac{y^\pm}{1} + u \frac{y^\pm}{3} + u \frac{y^\pm}{4} \\
 G^\pm = & \frac{1}{2} \left[2(-1) \frac{y}{1} \frac{y^\pm}{1} + \frac{y}{3} \frac{y^\pm}{3} + \frac{y}{4} \frac{y^\pm}{4} \right. \\
 & \left. (-1)q^2 \frac{y^\pm}{1} + \frac{\frac{y^2}{3} + u^2}{2} \frac{y^\pm}{3} + \frac{\frac{y^2}{4} + u^2}{2} \frac{y^\pm}{4} + w^{y^\pm} \right] \quad (A3.11)
 \end{aligned}$$

Dabei ist

$$w^{y^\pm} = \frac{(3-)(\frac{y^\pm}{3} + \frac{y^\pm}{4} a^2)}{2(-1)} \quad (A3.12)$$

Anhang A4: Flux Vektor Splitting nach van Leer

Die nachfolgenden Formeln wurden aus der Veröffentlichung von Anderson et al. [1987] entnommen und in den Rechenablauf des Programmes eingepaßt. Abweichungen gibt es bei der Formulierung der Energiegleichung:

Bei Anderson ist die Energie e_c anders formuliert als im bereits bestehenden Rechenprogramm nach Fransson [1987]:

$$\text{Anderson:} \quad f_4 = u[e_c + p] \quad g_4 = v[e_c + p]$$

$$\text{Fransson:} \quad f_4 = u e_c + \frac{p}{2} \quad g_4 = v e_c + \frac{p}{2}$$

Die nachfolgenden Gleichungen entsprechen den Definitionen in Fransson [1987] und wurden auch so in das Programm eingebaut.

In den Gleichungen werden geometrische Ableitungen benutzt: x_x, y_x, x_y, y_y bzw. x_x, x_y, y_x, y_y . Mit Hilfe der Umformungsgleichungen in Anhang A2 können die Gleichungen für beide Koordinatensysteme formuliert werden. Nachfolgend werden beide Darstellungen aufgeführt. So können die Formeln gewählt werden, für die die geometrischen Ableitungen im Programm bereits bekannt sind.

Berechnung des F-Flux

Die nachfolgenden Schritte werden für jeden Punkt (j,i) des Rechnernetzes ausgeführt.

Erster Schritt:

Extrapolation der Variablen a, u, v, e_c der MUSCL-Approach (Monotone Upwind Schemes for Conservation Laws) nach van Leer [Anderson et al, 1985] zu den halben Punkten $(j,i-1/2)$. Die Informationen werden von unterschiedlichen Punkten geholt, je nachdem ob der Flux in positiver oder in negativer Richtung berechnet wird (siehe auch Kapitel 5.3). Bild A4.1 zeigt eine Erklärung der Indizes.

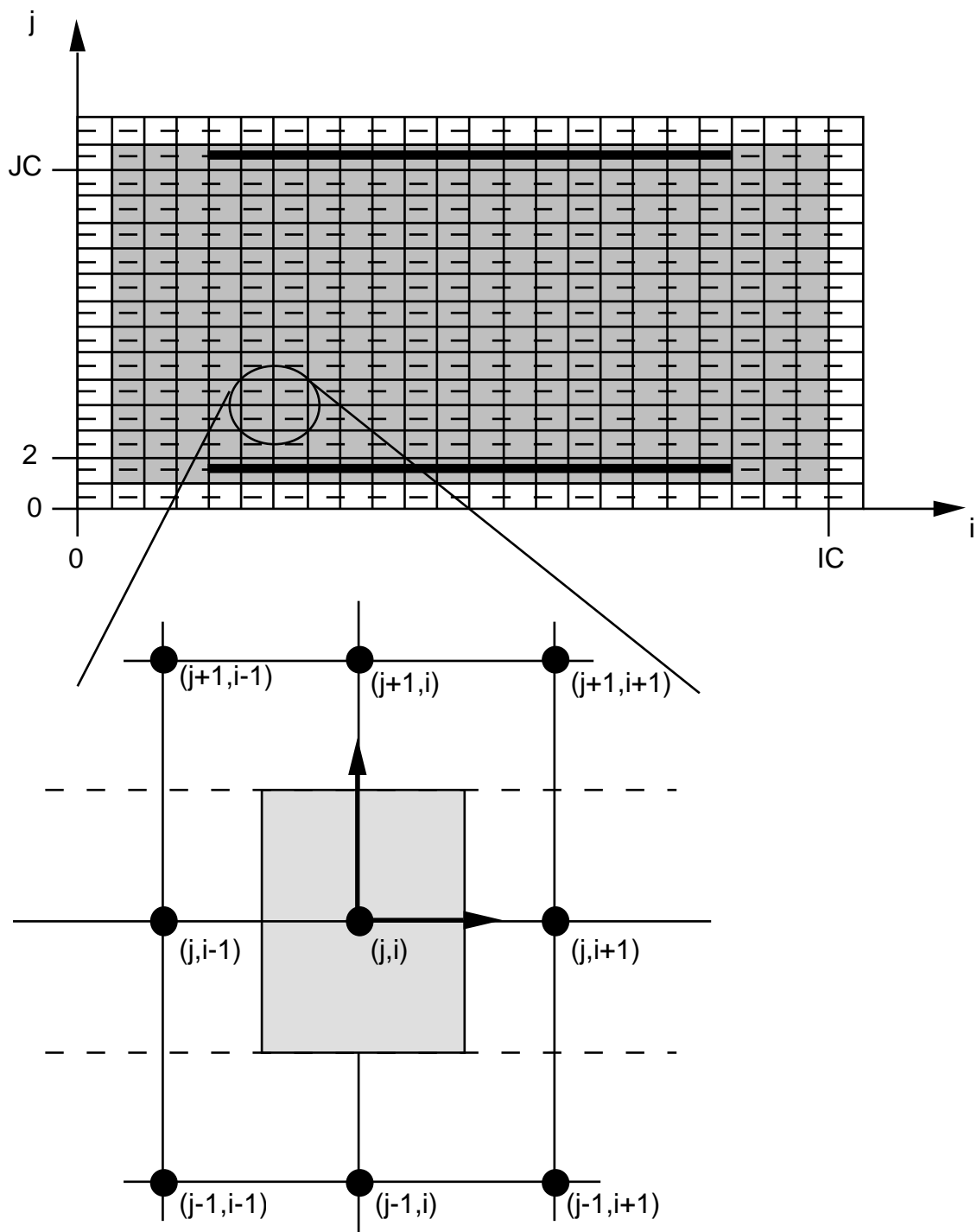


Bild A4.1: Rechnetz in der ξ, η -Rechenebene mit Erklärung der Indizes

Nachfolgend werden nur die Formeln für die Schallgeschwindigkeit a zitiert. Für die anderen Strömungsvariablen wird entsprechend verfahren.

Zur Berechnung des Fluxes F^+ :

$$a_{j,i-1/2} = a_{j,i-1} + \frac{1}{2} \frac{(a_{j,i-1} - a_{j,i-2})}{\Delta x} \Delta x \quad (\text{A4.1a})$$

Zur Berechnung des Fluxes F^+ :

$$a_{j,i-1/2} = a_{j,i} + \frac{1}{2} \frac{(a_{j,i} - a_{j,i+1})}{\Delta x} \Delta x \quad (\text{A4.1b})$$

Dabei ist ϕ der sogenannte 'Flux-Limiter'. Er schaltet zwischen der Genauigkeit erster Ordnung und der Genauigkeit zweiter Ordnung hin und her. Dadurch ist es möglich, das Einflußgebiet zu begrenzen. Ein typischer Anwendungsfall ist z. B. ein Stoß, der durch eine solche Begrenzung des Einflußgebiets schärfer erfaßt werden kann. Der Wert $\phi = 1$ ergibt eine Genauigkeit zweiter Ordnung, der Wert $\phi = 0$ reduziert die Genauigkeit auf eine Genauigkeit erster Ordnung. Auch Genauigkeiten höherer Ordnung können so eingeführt werden.

Bei den nachfolgenden Berechnungen werden diese extrapolierten Werte benutzt.

Zweiter Schritt:

Berechnung des Fluxes F^+ und des Fluxes F^- im halben Punkt $(j,i-1/2)$:

für $M_{\text{max}} = 1$:

$$F^+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A4.2})$$

$$F^- = F = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} x u + y v \\ x(u^2 + p) + y uv \\ x uv + y(v^2 + p) \\ x u(e_c + \frac{p}{\gamma}) + y v(e_c + \frac{p}{\gamma}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y u - x v \\ y(u^2 + p) - x uv \\ y uv - x(v^2 + p) \\ y(e_c + \frac{p}{\gamma}) - x v(e_c + \frac{p}{\gamma}) \end{pmatrix} \quad (\text{A4.3})$$

für $-1 < M_- < 1$:

$$F_{\pm} = \frac{|\text{grad}(\)|}{D} \begin{matrix} f_{\text{mass}}^{\pm} \\ \hat{x} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{mass}}^{\pm} \hat{y} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{energy}}^{\pm}}} + u \\ \hat{y} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{mass}}^{\pm} \hat{x} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{energy}}^{\pm}}} + v \end{matrix} = |\text{grad}(\)| \begin{matrix} f_{\text{mass}}^{\pm} \\ \hat{y} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{mass}}^{\pm} \hat{x} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{energy}}^{\pm}}} + u \\ \hat{x} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{mass}}^{\pm} \hat{y} \frac{-\bar{U} \pm 2a}{f_{\text{energy}}^{\pm}}} + v \end{matrix} \quad (\text{A4.4})$$

mit

$$f_{\text{mass}}^{\pm} = \pm \frac{a(M_{\pm} - 1)^2}{4} \quad (\text{A4.5})$$

$$f_{\text{energy}}^{\pm} = f_{\text{mass}}^{\pm} \frac{-(-1)\bar{U}^2 \pm 2(-1)\bar{U}a + 2a^2}{2-1} + \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (\text{A4.6})$$

$$\hat{x} = \frac{x}{|\text{grad}(\)|} \quad \hat{y} = \frac{y}{|\text{grad}(\)|} \quad (\text{A4.7a,b})$$

$$\hat{y} = \frac{y}{|\text{grad}(\)|} \quad \hat{x} = -\frac{x}{|\text{grad}(\)|} \quad (\text{A4.7c,d})$$

$$|\text{grad}(\)| = \sqrt{\frac{2}{x} + \frac{2}{y}} = D \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{A4.8})$$

$$\bar{U} = \frac{U}{|\text{grad}(\)|} \quad (\text{A4.9})$$

$$M = \frac{\bar{U}}{a} \quad (\text{A4.10})$$

$$U = x u + y v = D (y u - x v) \quad (\text{A4.11})$$

für M_{-1} :

$$F^+ = F = \frac{1}{D} \begin{array}{c} x u + y v \\ x(u^2 + p) + y uv \\ x uv + y(v^2 + p) \\ x u(e_c + \frac{p}{\gamma}) + y v(e_c + \frac{p}{\gamma}) \end{array} = \begin{array}{c} y u - x v \\ y(u^2 + p) - x uv \\ y uv - x(v^2 + p) \\ y(e_c + \frac{p}{\gamma}) - x v(e_c + \frac{p}{\gamma}) \end{array} \quad (A4.12)$$

$$F^- = \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad (A4.13)$$

Dritter Schritt

Berechnung des gesamten Fluxes F :

$$F = F^+ + F^- \quad (A4.14)$$

Berechnung des G-Flux

Die nachfolgenden Schritte werden für jeden Punkt (j,i) des Rechnernetzes ausgeführt.

Erster Schritt:

Extrapolation der Variablen a , u , v , e_c zu den halben Punkten $(j-1/2,i)$. Nachfolgend werden wieder die Formeln für die Schallgeschwindigkeit a zitiert. Für die anderen Strömungsvariablen wird entsprechend verfahren.

Zur Berechnung des Fluxes G^+ :

$$a_{j-1/2,i} = a_{j-1,i} + \frac{1}{2} \frac{(a_{j-1,i} - a_{j-2,i})}{\Delta x} \quad (A4.15a)$$

Zur Berechnung des Fluxes G^- :

$$a_{j-1/2,i} = a_{j,i} - \frac{1}{2} \frac{(a_{j,i} - a_{j-1,i})}{\Delta x} \quad (A4.15b)$$

Zweiter Schritt:

Berechnung des Fluxes G^+ und des Fluxes G^- im halben Punkt $(j, i-1/2)$:

für $M_{-} \leq -1$:

$$G^{\pm} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A4.16)$$

$$G^{\pm} = G = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} x u + y v \\ x(u^2 + p) + y uv \\ x uv + y(v^2 + p) \\ x u(e_c + \frac{p}{\gamma}) + y v(e_c + \frac{p}{\gamma}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y u + x v \\ -y(u^2 + p) + x uv \\ -y uv + x(v^2 + p) \\ -y u(e_c + \frac{p}{\gamma}) + x v(e_c + \frac{p}{\gamma}) \end{pmatrix} \quad (A4.17)$$

für $-1 < M_{-} < 1$:

$$G^{\pm} = \frac{|\text{grad}(\cdot)|}{D} \begin{pmatrix} g_{\text{mass}}^{\pm} \\ g_{\text{mass}}^{\pm} \hat{x} \frac{-\tilde{V} \pm 2a}{\gamma} + u \\ g_{\text{mass}}^{\pm} \hat{y} \frac{-\tilde{V} \pm 2a}{\gamma} + v \\ g_{\text{energy}}^{\pm} \end{pmatrix} = |\text{grad}(\cdot)| \begin{pmatrix} g_{\text{mass}}^{\pm} \\ g_{\text{mass}}^{\pm} \hat{y} \frac{-\tilde{V} \pm 2a}{\gamma} + u \\ g_{\text{mass}}^{\pm} \hat{x} \frac{-\tilde{V} \pm 2a}{\gamma} + v \\ g_{\text{energy}}^{\pm} \end{pmatrix} \quad (A4.18)$$

mit

$$g_{\text{mass}}^{\pm} = \pm \frac{a(M_{\pm} + 1)^2}{4} \quad (A4.19)$$

$$g_{\text{energy}}^{\pm} = g_{\text{mass}}^{\pm} \frac{-(-1)\tilde{V}^2 \pm 2(-1)\tilde{V}a + 2a^2}{2-1} + \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (A4.20)$$

$$\hat{x} = \frac{x}{|\text{grad}(\cdot)|} \quad \hat{y} = \frac{y}{|\text{grad}(\cdot)|} \quad (A4.21a,b)$$

$$\hat{y} = -\frac{y}{|\text{grad}(\)|} \quad \hat{x} = \frac{x}{|\text{grad}(\)|} \quad (\text{A4.21c,d})$$

$$|\text{grad}(\)| = \sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{y^2}{y^2}} = D \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{A4.22})$$

$$\tilde{V} = \frac{V}{|\text{grad}(\)|} \quad (\text{A4.23})$$

$$M = \frac{\tilde{V}}{a} \quad (\text{A4.24})$$

$$V = x u + y v = D (-y u + x v) \quad (\text{A4.25})$$

für M_{-1} :

$$G^+ = G = \frac{1}{D} \frac{x u + y v}{x(u^2 + p) + y uv} = \frac{-y u + x v}{-y(u^2 + p) + x uv} \quad (\text{A4.26})$$

$$G^- = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A4.27})$$

Dritter Schritt

Berechnung des gesamten Fluxes G:

$$G = G^+ + G^- \quad (\text{A4.28})$$

A5 Lebenslauf**Persönliche Angaben:**

Name, Vorname: OTT Peter, Sohn von Ernst und Gisela, geb. Daurer
Geburtsdatum: 1. Mai 1956 in Stuttgart, Bundesrepublik Deutschland
Familienstand: ledig
Nationalität: Deutsch
Adresse: Avenue de Cour 101, 1007 Lausanne

Ausbildung:

1975 Abitur am Gottlieb Daimler Gymnasium, Stuttgart
1982 Diplom im Fachbereich Luft- und Raumfahrttechnik der
Universität Stuttgart

Berufliche Tätigkeit:

1982 - 1983 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Aerodynamik und
Gasdynamik, Universität Stuttgart
seit 1983 Assistent am Laboratoire de Thermique Appliquée et de
Turbomachines, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

